

Mátrixok sajátértéke és kvadratikus alakok

Ajánlott gyakorló feladatok:

- **Megyesi László**, *Lineáris algebra feladatok*, XI/11–12., XII/1–4.

8.1. Határozza meg az alábbi mátrixok sajátértékeit:

(a) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix};$

(b) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix};$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix};$

(d) $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -5 \\ 0 & 4 & -5 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix};$

(e) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix};$

(f) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$

8.2. Adjon meg bázist az A mátrix λ sajátértékéhez tartozó sajátalterében.

(a) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \lambda = 1;$

(b) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \lambda = 2;$

(c) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 8 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \lambda = -1.$

8.3. Hozza kanonikus alakra a következő valós kvadratikus alakokat és határozza meg az osztályukat (pozitív/negatív (szemi)definit, indefinit):

(a) $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2;$

(b) $-4x_1^2 + 4x_1x_2 - 4x_2^2;$

(c) $8x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3;$

(d) $x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_2x_3;$

(e) $2x_1x_3 - 2x_1x_2 - 2x_2x_3.$