

**Elemi bázistranszformáció**

Ajánlott gyakorló feladatok:

- **Megyesi László**, *Lineáris algebra feladatok*, VII/1-4., IX/1-2., 4.

Ajánlott nehezebb feladatok:

- **Megyesi László**, *Lineáris algebra feladatok*, VI/5-8.

**6.1.** Hajtsa végre az elemi bázistranszformációt a \*-gal jelölt generálóelemmel:

(a) 
$$\begin{array}{c|ccc} & \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_3 \\ \hline e_1 & 1^* & 2 & -1 \\ e_2 & 2 & -1 & 2 \\ e_3 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

(b) 
$$\begin{array}{c|ccc} & \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_3 \\ \hline e_1 & 2 & -2 & 1 \\ e_2 & 0 & -2 & 3 \\ e_3 & 1 & 2^* & -3 \end{array}$$

(c) 
$$\begin{array}{c|ccc} & \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_3 \\ \hline e_1 & 2 & 1 & 2 \\ e_2 & -2^* & 1 & 2 \\ e_3 & 2 & 1 & 2 \end{array}$$

(d) 
$$\begin{array}{c|cccc} & \mathbf{a}_1 & \mathbf{a}_2 & \mathbf{a}_3 & \mathbf{a}_4 \\ \hline e_1 & 3 & -1 & 2 & -3 \\ e_2 & 3 & 4 & 5 & -2 \\ e_3 & 2 & -2 & 3^* & 2 \end{array}$$

**6.2.** Elemi bázistranszformáció segítségével adjon meg maximális lineárisan független részrendszert az alábbi vektorrendszerekben:

- (a)  $(1, 1, 0), (-1, 2, 1), (0, 3, 1), (2, -1, -1)$ ;
- (b)  $(1, 1, -1, 0), (1, 2, 1, 1), (2, 3, 0, 1), (0, 1, 2, 1), (3, 4, -1, 1)$ ;
- (c)  $(1, 1, -1, 1), (-1, 0, 1, 2), (1, 1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1)$ .

**6.3.** Számítsa ki az alábbi mátrixok rangját, valamint adjon meg bennük maximális méretű nemeltűnő aldeteminánszt:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & -5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

**6.4.** Oldja meg a 3.1–7. feladatokat elemi bázistranszformáció segítségével.

6.5. Adjon meg bázist a következő homogén lineáris egyenletrendszerek megoldásterében:

$$(a) \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ 2x_1 - 3x_3 = 0; \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0; \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x_1 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_2 + x_3 - x_4 = 0; \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 0, \\ -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$