

## Vektorterek, alterek és generálásuk

Ajánlott gyakorló feladatok:

- **Megyesi László**, *Lineáris algebra feladatok*, II/1-3., 6-7.

Ajánlott nehezebb feladatok:

- **Megyesi László**, *Lineáris algebra feladatok*, II/4-5., 8-10.

**4.1.** Állapítsa meg, hogy az  $\mathcal{U}$  részhalmaz altér-e az  $\mathbb{R}^3$  vektortérben:

- (a)  $\mathcal{U} = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\}$ ;
- (b)  $\mathcal{U} = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 - x_2 + x_3 = 1 \text{ és } x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$ ;
- (c)  $\mathcal{U} = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : 2x_1x_2 + x_3 = 0\}$ ;
- (d)  $\mathcal{U} = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 = 0 \text{ vagy } x_2 = 0\}$ ;
- (e)  $\mathcal{U} = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 = 0 \text{ és } x_2 = 0\}$ ;
- (f)  $\mathcal{U} = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 = 0\}$ .

**4.2.** Döntse el, hogy a  $v$  vektor eleme-e az  $\mathbb{R}^3$  vektortér  $\mathcal{U}$  alterének.

- (a)  $v = (1, -1, 1)$ ,  $\mathcal{U} = [(1, -1, 0), (0, 0, 1)]$ ;
- (b)  $v = (1, 1, 1)$ ,  $\mathcal{U} = [(1, -1, 2), (1, 0, 1)]$ ;
- (c)  $v = (1, 2, 1)$ ,  $\mathcal{U} = [(1, 1, 0), (0, 1, 1), (1, 0, 1)]$ ;
- (d)  $v = (1, 2, 1)$ ,  $\mathcal{U} = [(1, 1, 1), (1, 0, -1), (2, 1, 0)]$ .

**4.3.** Határozza meg a  $V$  vektortér  $u$  és  $v$  vektorai által kifeszített alterét. (Azaz adja meg, hogy milyen összefüggésnek kell teljesülnie például az  $\mathbb{R}^3$  vektortér esetén az  $x_1, x_2, x_3$  valós számokra, hogy az  $(x_1, x_2, x_3)$  vektor benne legyen a generált altérben.)

- (a)  $V = \mathbb{R}^3$ ,  $u = (1, 1, 1)$ ,  $v = (1, -1, 5)$ ;
- (b)  $V = \mathbb{R}^3$ ,  $u = (2, 2, -4)$ ,  $v = (1, 0, 3)$ ;
- (c)  $V = \mathbb{R}^4$ ,  $u = (2, 2, -2, 4)$ ,  $v = (-4, -5, 6, -5)$ .