Név: ____________________ ETR azonosító: ____________________.SZE

2012. november 26.

# Komputer algebra

2. Zárthelyi dolgozat | MBN313L | 2012/2013. őszi félév

**1. Feladat.** Határozza meg, hogy legalább hány megoldása van az

$$\begin{aligned} x^4y + 5y^2 - 12xy + 1 &= 0 \\ 2x^4 + 3y^2 + 3xy^3 - 12 &= 0 \end{aligned}$$

egyenletrendszernek a $(0,0)$ középpontú 3 egység sugarú körlapon. Határozza meg a megoldások közelítő értékét is. **(5 pont)**

**2. Feladat.** Oldja meg a

$$6(\ln x)^6 - 13(\ln x)^5 + 9(\ln x)^4 - 8(\ln x)^3 + (\ln x)^2 + 5\ln x - 1 = 0$$

egyenletet és az

$$\begin{aligned} x^3y^4 + x^2 + 4y &= 2 \\ x^4y^3 + x - 3y &= 3 \end{aligned}$$

egyenletrendszert a valós számok halmazán. **(5 pont)**

**3. Feladat.** Legyen

$$\begin{aligned} G_1 &= \left\{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : 2x^2 + 2xy - 21x + y^3x + y^4 - 7y^3 - 7y + 49 = 0\right\}, \\ G_2 &= \left\{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : ln(x^2+2) + y^3 - x^2 - 4 = 0\right\}. \end{aligned}$$

Van-e olyan kör, amely átmegy a $G_1$ és $G_2$ görbék metszéspontjain? Amennyiben van ilyen $k$ kör, akkor ábrázoljuk közös koordinátarendszerben a $G_1$, $G_2$ és $k$ görbéket. **(5 pont)**

**4. Feladat.** Konstruáljunk olyan eljárást, amely egy adott $f$ függvény, $a$ valós szám és $m, n$ természetes számok esetén megadja az $f(a), \ldots, f^{(n)}(a)$ értékek közelítő értékét $m$ értékes jegyre pontosan, ahol $f^{(n)}(x) = \underbrace{f(\ldots f(f}_{n \text{ darab } f}(x))\ldots)$. **(5 pont)**

**5. Feladat.** Legyen $L = [n_1, \ldots, n_\ell]$ lista ($\ell \in \mathbb{N}$). Írjunk olyan $R$ függvényt, amely az $L$ listához hozzárendeli azt az

$$R(L) = [n_1, n_1n_2, \ldots, n_1\cdots n_\ell, \omega, n_1, n_1+n_2, \ldots, n_1+\cdots+n_\ell]$$

listát. **(5 pont)**

**6. Feladat.** Definiáljuk az $a_n$ ($n \in \mathbb{N}$) sorozatot az alábbi módon:

$$a_1 = a_2 = 1, \qquad a_n = na_{n-1} - (n-1)^2a_{n-2} \ (n \in \mathbb{N},\ n \geqslant 3).$$

Határozza meg $a_{28}$ legnagyobb prímosztóját. **(5 pont)**

**7. Feladat.** Az $a\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ és $b\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvények eleget tesznek az

$$a'(x) = 1 - b'(x), \quad a(x)b'(x) = \sin(x) - b(x),$$

differenciál-egyenletrendszernek. Határozza meg azt a megoldást, amelyek eleget tesznek az $a(0) = \sqrt{5}$ és $b(0) = -1 - \sqrt{5}$ egyenlőségeknek is. Ábrázolja az $a$ és $b$ függvényeket a $[-10, 10]$ intervallumon. Határozza meg azt az $x_0 \in [-10, 10]$ valós számot, amelyre $a'(x_0) = b'(x_0)$ teljesül. **(5 pont)**

**8. Feladat.** Legyen $f$ az alábbi függvény:

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \sum_{k=1}^{10} \frac{(-1)^k}{k} \sin(kx).$$

Határozza meg $f$ lokális szélsőértékhelyeit és inflexiós pontjait a $[0, \pi]$ intervallumon. **(5 pont)**

---

Jó munkát kívánok!