Név: ______________________________ ETR azonosító: ____________________.SZE

2011. december 5.

Komputer algebra

3. Zárthelyi dolgozat (A) — MBN313L — 2011/2012. őszi félév

1. Feladat. Legyen

$$G_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : x^4y^2 + 3x^2y^4 + x^2 + 7y^4 + 5\sin(x + 2y^3 + 1) - 7 = 0\right\},$$
$$G_2 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : x^2y^2 + 3xy - 1\right\}.$$

Legyen $P \in \mathbb{R}[x]$ az a harmadfokú polinom, amely átmegy a G_1 és G_2 görbék metszéspontjain. Ábrázoljuk közös koordinátarendszerben a G_1, G_2 és $\{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : y = P(x)\}$ görbéket. Határozzuk meg a $10 \cdot P(1)$ valós szám egész részét. **(5 pont)**

2. Feladat. Legyen n tetszőleges természetes szám és f_n az alábbi leképezés:

$$f_n\colon \mathbb{R}\to\mathbb{R},\ x \mapsto \begin{vmatrix} \binom{1}{0} & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \\ \binom{2}{0} & \binom{2}{1} & 0 & \cdots & 0 & x^2 \\ \binom{3}{0} & \binom{3}{1} & \binom{3}{2} & \cdots & 0 & x^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \binom{n}{0} & \binom{n}{1} & \binom{n}{2} & \cdots & \binom{n}{n-1} & x^n \\ \binom{n+1}{0} & \binom{n+1}{1} & \binom{n+1}{2} & \cdots & \binom{n+1}{n-1} & x^{n+1} \end{vmatrix}.$$

Állítson fel sejtést az $f_n(y+1) - f_n(y)$ kifejezés értékére vonatkozóan. **(5 pont)**

3. Feladat. Legyen adott az $L = [\ell_1, \ldots, \ell_n]$ lista ($n \in \mathbb{N}$) és a $\pi \in S_n$ permutáció. Valósítsunk meg egy olyan eljárást, amelynek visszatérési értéke az $L^\pi = [\ell_{\pi(1)}, \ldots, \ell_{\pi(n)}]$ lista. (Azaz $L = [a, b, c]$ és $\pi = (1\,2\,3) \in S_3$ esetén $L^\pi = [b, c, a]$.) **(5 pont)**

4. Feladat. Legyen adott az $L = [\ell_1, \ldots, \ell_n]$ lista. Írjunk olyan S függvényt, amely az L listához hozzárendeli az

$$S(L) = [\ell_1, \ell_1 + \ell_2, \ldots, \ell_1 + \cdots + \ell_n]$$

listát. **(5 pont)**

5. Feladat. Definiáljuk az a_n ($n \in \mathbb{N}$) sorozatot az alábbi módon:

$$a_1 = 2011,\ a_2 = 2012,\ a_3 = 2013, \qquad a_n = \begin{cases} a_{n-1}/2, & \text{ha } 2 \mid n \text{ és } 2 \mid a_{n-1}, \\ 5a_{n-2} + 1, & \text{ha } 2 \mid n \text{ és } 2 \nmid a_{n-1}, \\ a_{n-2} + 1, & \text{ha } 2 \nmid n, \end{cases}$$

($n \in \mathbb{N},\ n \geqslant 4$). Határozza meg a_{2011} prímtényezős felbontását. **(5 pont)**

Jó munkát kívánok!

Név: ______________________ ETR azonosító: ______________.SZE

2011. december 5.

Komputer algebra

3. Zárthelyi dolgozat (B) MBN313L 2011/2012. őszi félév

1. Feladat. Legyen

$$G_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : x^4y^2 + 3x^2y^4 + x^2 + 7y^4 + 5\cos(x + 2y^3 + 1) - 7 = 0\right\},$$
$$G_2 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : x^2y^2 + 3xy - 3/2\right\}.$$

Legyen $P \in \mathbb{R}[x]$ az a harmadfokú polinom, amely átmegy a G_1 és G_2 görbék metszéspontjain. Ábrázoljuk közös koordinátarendszerben a G_1, G_2 és $\{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} : y = P(x)\}$ görbéket. Határozzuk meg a $10 \cdot P(1)$ valós szám egész részét. **(5 pont)**

2. Feladat. Legyen n tetszőleges természetes szám és f_n az alábbi leképezés:

$$f_n\colon \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R},\ y \mapsto \begin{vmatrix} \binom{1}{0} & 0 & 0 & \cdots & 0 & y^{-1} \\ \binom{2}{0} & \binom{2}{1} & 0 & \cdots & 0 & y^{-2} \\ \binom{3}{0} & \binom{3}{1} & \binom{3}{2} & \cdots & 0 & y^{-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \binom{n}{0} & \binom{n}{1} & \binom{n}{2} & \cdots & \binom{n}{n-1} & y^{-n} \\ \binom{n+1}{0} & \binom{n+1}{1} & \binom{n+1}{2} & \cdots & \binom{n+1}{n-1} & y^{-n-1} \end{vmatrix}.$$

Állítson fel sejtést az $f_n\left(\frac{1+x}{x}\right) - f_n\left(\frac{1}{x}\right)$ kifejezés értékére vonatkozóan. **(5 pont)**

3. Feladat. Legyen adott az $L = [\ell_1, \ldots, \ell_n]$ lista ($n \in \mathbb{N}$) és a $\pi \in S_n$ permutáció. Valósítsunk meg egy olyan eljárást, amelynek visszatérési értéke az $L^\pi = [\ell_1^{\pi(1)}, \ell_2^{\pi(2)-1} \ldots, \ell_n^{\pi(n)-n+1}]$ lista. (Azaz $L = [a,b,c]$ és $\pi = (1\,2\,3) \in S_3$ esetén $L^\pi = [a^2, b^2, c^{-2}]$.) **(5 pont)**

4. Feladat. Legyen adott az $L = [\ell_1, \ldots, \ell_n]$ lista. Írjunk olyan S függvényt, amely az L listához hozzárendeli az

$$S(L) = [\ell_1 \cdots \ell_n, \ell_1 \cdots \ell_{n-1}, \ldots, \ell_1\ell_2, \ell_1]$$

listát. **(5 pont)**

5. Feladat. Definiáljuk az a_n ($n \in \mathbb{N}$) sorozatot az alábbi módon:

$$a_1 = 2011,\ a_2 = 2012,\ a_3 = 2013, \qquad a_n = \begin{cases} a_{n-1}/2, & \text{ha } 2 \nmid n \text{ és } 2 \mid a_{n-1}, \\ 5a_{n-2} + 1, & \text{ha } 2 \nmid n \text{ és } 2 \nmid a_{n-1}, \\ a_{n-2} + 1, & \text{ha } 2 \mid n, \end{cases}$$

($n \in \mathbb{N},\ n \geqslant 4$). Határozza meg a_{2011} prímtényezős felbontását. **(5 pont)**

Jó munkát kívánok!