

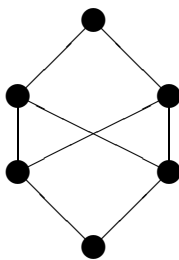
HÁLÓK

1. Rajzoljuk fel az alábbi részbenrendezett halmazok Hasse-diagramját.

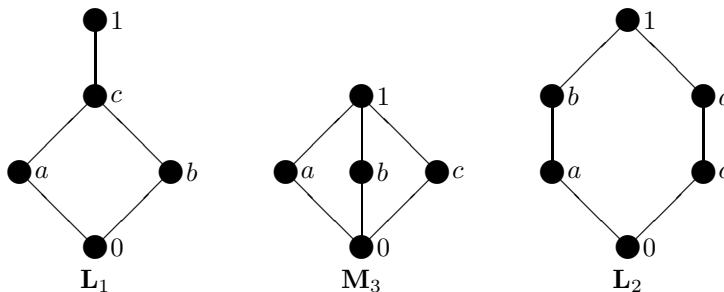
- (a) $(\{0, 1, 2, 3, 4\}; \leq)$, $(\{0, 1, 2, 3, 4\}; \geq)$;
- (b) $(P(\{1, 2, 3\}); \subseteq)$, $(P(\{1, 2, 3\}); \supseteq)$;
- (c) $(\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}; \subseteq)$;
- (d) $(\{d \in \mathbb{N} : d \text{ osztója } 60\text{-nak}\}; |)$;
- (e) $(\{d \in \mathbb{N} : d \text{ osztója } 36\text{-nak és } 1 < d < 36\}; |)$.

Melyek hálók a fentiek közül?

2. Mutassuk meg, hogy az alábbi részbenrendezett halmaz nem háló.



3. Írjuk fel az alábbi hálószerűen rendezett halmazok esetén a hozzájuk tartozó metszet (\wedge) és egyesítés (\vee) műveletek művelet táblázatát.



4. Legyen $\mathbf{N}_5 = (\{0, a, b, c, 1\}; \wedge, \vee)$ háló, ahol a \wedge művelet művelet táblázata a következő:

\wedge	0	a	b	c	1
0	0	0	0	0	0
a	0	a	a	0	a
b	0	a	b	0	b
c	0	0	0	c	c
1	0	a	b	c	1

Rajzoljuk fel az \mathbf{N}_5 háló Hasse-diagramját és írjuk fel a \vee művelet művelet táblázatát.

5. Legyen $\mathbf{M}_{3,3} = (\{0, a, b, c, d, e, f, 1\}; \wedge, \vee)$ háló, ahol a \vee művelet művelet táblázata a következő:

\vee	0	a	b	c	d	e	f	1
0	0	a	b	c	d	e	f	1
a	a	a	d	d	d	1	1	1
b	b	d	b	d	d	1	1	1
c	c	d	d	c	d	e	f	1
d	d	d	d	d	d	1	1	1
e	e	1	1	e	1	e	1	1
f	f	1	1	f	1	1	f	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Rajzoljuk fel az $\mathbf{M}_{3,3}$ háló Hasse-diagramját és írjuk fel a \wedge művelet művelet táblázatát.

6. Döntsük el, hogy van-e olyan A halmaz és $H \subseteq P(A)$, amelyre a $(H; \cap, \cup)$ Hasse-diagramja megegyezik az \mathbf{L} háló Hasse-diagramjával, ahol $\mathbf{L} \in \{\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \mathbf{M}_3, \mathbf{M}_{3,3}, \mathbf{N}_5\}$ (ld.: 3–5. Feladatok).