Név: _____ ETR azonosító: _____.SZE

2009. október 12.

1. Zárthelyi dolgozat

Matematikai Struktúrák (MMN103G)

2009/2010. őszi félév

---

1. Feladat. Legyen $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$,

$$\varphi\colon A \to A,\ x \mapsto \lfloor x/2 \rfloor\,,$$
$$\psi\colon A \to A,\ x \mapsto \lfloor (x+2)/3 \rfloor\,.$$

valamint legyen $\alpha = \ker(\varphi)$ és $\beta = \ker(\psi)$.

(a) Igaz-e, hogy $\alpha \circ \beta = \beta \circ \alpha$?

(b) Határozza meg az $A/(\alpha \wedge \beta)$ és $A/(\alpha \vee \beta)$ faktorhalmazokat.

2. Feladat. Legyen $A = \{a, b, c, d, e\}$, és tekintsük az

$$\alpha = \{a, b\}^2 \cup \{c, d\}^2 \cup \{e\}^2,$$
$$\beta = \{a\}^2 \cup \{b, c, d\}^2 \cup \{e\}^2$$

ekvivalenciarelációkat $\mathrm{Eq}(A)$-ban. Adjon meg olyan γ ekvivalenciarelációt az A halmazon, amelyre

$$\alpha \wedge \gamma = 0_A \quad \text{és} \quad \alpha \vee \gamma = 1_A$$

teljesül $\mathrm{Eq}(A)$-ban. Van-e olyan $\delta \in \mathrm{Eq}(A)$, amely α-nak és β-nak is komplementuma?

3. Feladat. Bizonyítsa be, hogy ha az $(L; \wedge, \vee)$ háló a, b, c, d elemeire $a, b \leqslant c, d$ teljesül, akkor $a \vee b \leqslant c \wedge d$.

4. Feladat. Legyen $A = \{a, b, c, d\}$ és $\mathbf{A} = (A; *)$, ahol $*$ az alábbi kétváltozós művelet:

$*$	a	b	c	d
a	a	b	c	d
b	b	b	b	c
c	c	b	c	d
d	d	c	d	a

Határozza meg az $\mathbf{A}$ algebra részalgebráinak $\mathrm{Sub}(\mathbf{A})$ halmazát, majd rajzolja fel a $(\mathrm{Sub}(\mathbf{A}); \subseteq)$ részben-rendezett halmaz Hasse-diagramját.

5. Feladat. Határozza meg az $\mathbf{A} = (A; f)$ monounér algebra részalgebráinak $\mathrm{Sub}(\mathbf{A})$ halmazát, ahol $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ és $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.

---

6. Feladat. Legyen $\mathbf{L} = (L; \wedge, \vee)$ háló. Mutassa meg, hogy ha $(L; \wedge, \sqcup)$ is háló, akkor bármely $a, b \in L$-re $a \vee b = a \sqcup b$ teljesül.

Valamennyi feladat 10 pontot ér. A dolgozat értékelésénél a 100% = 50 pont egyenlőséget fogom figyelembe venni. Jó munkát kívánok!