

**3. FELADATSOR**  
MATEMATIKAI STRUKTÚRÁK (MMN103G)  
2009/2010. ŐSZI FÉLÉV

---

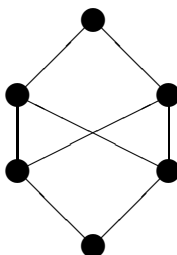
**Hálók**

**1. Feladat.** Rajzoljuk fel az alábbi részbenrendezett halmazok Hasse-diagramját.

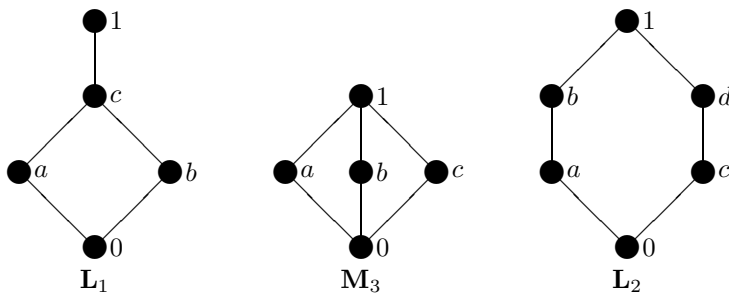
- (a)  $(\{0, 1, 2, 3, 4\}; \leq)$ ,  $(\{0, 1, 2, 3, 4\}; \geq)$ ;
- (b)  $(P(\{1, 2, 3\}); \subseteq)$ ,  $(P(\{1, 2, 3\}); \supseteq)$ ;
- (c)  $(\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}; \subseteq)$ ;
- (d)  $(\{d \in \mathbb{N} \mid d \text{ osztója } 60\text{-nak}\}; \mid)$ ;
- (e)  $(\{d \in \mathbb{N} \mid d \text{ osztója } 36\text{-nak és } 1 < d < 36\}; \mid)$ .

Melyek hálók a fentiek közül?

**2. Feladat.** Mutassuk meg, hogy az alábbi részbenrendezett halmaz nem háló.



**3. Feladat.** Írjuk fel az alábbi hálószerűen rendezett halmazok esetén a hozzájuk tartozó metszet ( $\wedge$ ) és egyesítés ( $\vee$ ) műveletek műveletábrázatait.



**4. Feladat.** Legyen  $\mathbf{N}_5 = (\{0, a, b, c, 1\}; \wedge, \vee)$  háló, ahol a  $\wedge$  művelet művelet-táblázata a következő:

$\wedge$	0	$a$	$b$	$c$	1
0	0	0	0	0	0
$a$	0	$a$	$a$	0	$a$
$b$	0	$a$	$b$	0	$b$
$c$	0	0	0	$c$	$c$
1	0	$a$	$b$	$c$	1

Rajzoljuk fel az  $\mathbf{N}_5$  háló Hasse-diagramját és írjuk fel a  $\vee$  művelet művelet-táblázatát.

**5. Feladat.** Legyen  $\mathbf{M}_{3,3} = (\{0, a, b, c, d, e, f, 1\}; \wedge, \vee)$  háló, ahol a  $\vee$  művelet művelet-táblázata a következő:

$\vee$	0	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	1
0	0	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	1
$a$	$a$	$a$	$d$	$d$	$d$	1	1	1
$b$	$b$	$d$	$b$	$d$	$d$	1	1	1
$c$	$c$	$d$	$d$	$c$	$d$	$e$	$f$	1
$d$	$d$	$d$	$d$	$d$	$d$	1	1	1
$e$	$e$	1	1	$e$	1	$e$	1	1
$f$	$f$	1	1	$f$	1	1	$f$	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Rajzoljuk fel az  $\mathbf{M}_{3,3}$  háló Hasse-diagramját és írjuk fel a  $\wedge$  művelet művelet-táblázatát.

**6. Feladat.** Döntsük el, hogy van-e olyan  $A$  halmaz és  $H \subseteq P(A)$ , amelyre a  $(H; \cap, \cup)$  Hasse-diagramja megegyezik az  $\mathbf{L}$  háló Hasse-diagramjával, ahol  $\mathbf{L} \in \{\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \mathbf{M}_3, \mathbf{M}_{3,3}, \mathbf{N}_5\}$  (ld.: 3–5. Feladatok).