1. zárthelyi dolgozat
2006. október 11.

A megoldásra fordítható idő: **120 perc**. A feladatok megoldásai, illetve a dolgozat eredménye a

www.math.u-szeged.hu/~dorman/MAIN/ForStudents.html

címen érhető majd el. Jó munkát kívánok!

1. feladat. Legyen a $\sqrt{2}$ valós szám 10-es számrendszerbeli alakja $a_0, a_1 a_2 \ldots$. Határozzuk meg az

$$a_{100}, \ldots, a_{199}$$

egészek számtani közepét.

2. feladat. Legyen $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ és $\beta = \dfrac{1}{\sqrt{5}}\phi^{32}$.
(a) Határozzuk meg a β valós szám értékét 12 tizedesjegy pontossággal.
(b) Hatrozzuk meg a β valós szám 32-edik tizedesjegyét.

3. feladat. Határozzuk meg a legkisebb pozitív egész számot, amely legalább 400-szor akkora, mint bármelyik prímosztója.

4. feladat. Egy 6-ra végződő szám utolsó számjegyét töröljük és ezt a jegyet a szám első számjegye elé írjuk. Az így kapott szám négyszerese az eredetinek. Melyik ez a szám?

5. feladat. Hány 0-ra végződik az 2006! szám?

6. feladat. Egyik reggel a pap azt mondja a sekrestyésnek:
— Ma találkoztam három emberrel. Az években kifejezett életkoruk szorzata 2450-nel, összege pedig kétszerese az ön életkorának. Milyen idősek az emberek?
Délután a sekrestyés bevalja, hogy nem tud válaszolni a kérdésre. Erre a pap kisegíti:
— Megjegyzem, hogy a három ember közül az egyik idősebb nálam.
Hány éves a pap?

7. feladat. Legyenek K és L olyan listák, amelyek elemei *numeric*, vagy *string* típusúak. Írjunk olyan eljárást, amely ha K és L azonos hosszúságúak, akkor a kimenet az a 2-elemű [k,l] lista legyen, ahol k a K lista második legkisebb, illetve l az L lista második legnagyobb eleme. Minden más esetben hibaüzenetet lesz a végeredmény, amelyben természetesen tájékoztatást kapunk a problémáról.

8. feladat. Legyenek $s_1, s_2, \ldots$ pozitív egészek. Írjunk eljárást, mely meghatározza ezen objektumok harmonikus közepét, ha az argumentumok száma legfeljebb 10, különben pedig a számtani közepüket.

9. feladat. Legyen n tetszőleges természetes szám. Az n szám számjegyeinek összegét a 3-as számrendszerben jelölje $S(n)$. Írjunk eljárást $S(n)$ kiszámítására. Határozzuk meg az $S(S(S(S(1960 \cdot 1973 \cdot 2002))))$ kifejezés értékét.

10. feladat. Legyen $X = [1, 2, \ldots, 2006]$. Távolítsuk el az X listából azokat a természetes számokat, amelyek számjegyeinek az összege négyzetszám. A kapott lista legyen Y. Határozzuk meg az Y lista elemei négyzetösszegének prímtényezős felbontását.