

**2. zárthelyi dolgozat**

2005. december 7.

A megoldásra fordítható idő: **120 perc**. A feladatok megoldásai, illetve a dolgozat eredménye a

[www.math.u-szeged.hu/~dorman/MAIN/ForStudents.html](http://www.math.u-szeged.hu/~dorman/MAIN/ForStudents.html)

címen érhető majd el. Jó munkát kívánok!

**EHA-kód:** \_\_\_\_\_ . SZE

**1. feladat.** Legyen

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 12 & -6 \\ 8 & 4 & -17 & 10 \\ -2 & 0 & 12 & -6 \\ -3 & -1 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

Van-e olyan  $A$ -hoz hasonló  $B$  mátrix, amelyre  $B[2, 2] = 2$ ,  $B[3, 2] = B[3, 4] = 0$  teljesül?

**2. feladat.** Határozzuk meg az  $a$  valós szám értékét úgy, hogy az 1 sajátértéke legyen az

$$A = \begin{pmatrix} a & -1 & 1 \\ 2 & 3 & a \\ -1 & a-1 & 4 \end{pmatrix}$$

mátrixnak. Hány megoldás van?

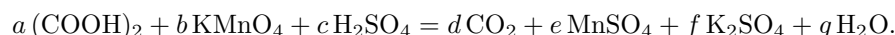
**3. feladat.** Oldjuk meg az

$$\begin{cases} ax + by + u + v = 2 \\ x + ay + bu + v = 0 \\ x + y + au + bv = 0 \\ bx + y + u + av = 5 \end{cases}$$

egyenletrendszer, ahol  $a$  és  $b$  valós paraméterek.

**4. feladat.** Határozzuk meg az  $x^4 + xy + y^2 = 0$  egyenletű görbe által határolt korlátos rész területét.

**5. feladat.** Rendezzük az alábbi egyenletet, azaz határozzuk meg az  $a, \dots, f$  együtthatók értékét:



Vannak-e lényegesen különböző megoldásai a feladatnak?

**6. feladat.** Legyen  $f = 54x^3 - 378x^2y + 270x^2 + 882xy^2 - 1260xy + 450x - 686y^3 + 1470y^2 - 1050y + 243$ . Felírható-e az  $f$  polinom alkalmas  $a, b, c, d, e$  valós számokra és  $n$  természetes számra  $a(bx + cy + d)^n + e$  alakban?

**7. feladat.** Az  $y^3 + (2x - 1/2)y^2 + (2 + x^2)y - x^2 = 0$  egyenlettel definiált görbe a  $-5 \leq x \leq 5$  intervallumon egy  $f: [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt határoz meg. Vizsgáljuk meg az  $f$  függvényt. Az inflexiós pontokban rajzoljuk meg az érintőket is.

**8. feladat.** Az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto ax^4 + bx^3 + cx + d \cos x$  függvényről a következőket tudjuk:

- az  $f$  függvény grafikonjára illeszkedik az  $\left(\frac{1}{4}, \frac{475}{256}\right)$  pont;
- az  $y = 46x - 31 - \sqrt{2}$  egyenes érinti  $f$  grafikonját;
- az  $f$  függvény integrálja a  $[-1, 2]$  intervallumon  $\frac{1389}{20}$ .

Hány megoldás van? Rajzoljuk fel  $f$ ,  $f'$  és  $f''$  grafikonját a  $[-2, 2]$  intervallumon.