Komputer algebra (Mm 5121) Szerda 14-17, Bolyai kabinet

1. zárthelyi dolgozat
2006. október 19.

A megoldásra fordítható idő: **120 perc**. A feladatok megoldásai, illetve a dolgozat eredménye a

www.math.u-szeged.hu/~dorman/MAIN/ForStudents.html

címen érhető majd el. Jó munkát kívánok!

EHA-kód: __________ . SZE

1. feladat. (a) Határozzuk meg a π^{π^e} valós szám értékét 12 tizedesjegy pontossággal.
(b) Határozzuk meg a π^{10} valós szám 100-adik tizedesjegyét.

2. feladat. Határozzuk meg a legkisebb pozitív egész számot, amely legalább 600-szor akkora, mint bármelyik prímosztója.

3. feladat. Egy 6-ra végződő szám utolsó számjegyét töröljük és ezt a jegyet a szám első számjegye elé írjuk. Az így kapott szám négyszerese az eredetinek. Melyik ez a szám?

4. feladat. Hány 0-ra végződik az 1973! szám?

5. feladat. Egyik reggel a pap azt mondja a sekrestyésnek:
— Ma találkoztam három emberrel. Az években kifejezett életkoruk szorzata 2450-nel, összege pedig kétszerese az ön életkorának. Milyen idősek az emberek?

Délután a sekrestyés bevalja, hogy nem tud válaszolni a kérdésre. Erre a pap kisegíti:
— Megjegyzem, hogy a három ember közül az egyik idősebb nálam.

Hány éves a pap?

6. feladat. Ábrázoljuk az

$$x^6 + 2x^3y^3 + y^6 + x^4 - 16x^2y^2 + xy^3 + \frac{2}{7}x^3 + 4x^2y + \frac{2}{7}y^3 + \frac{1}{7}x + \frac{1}{49}$$

egyenlettel definiált görbét.

7. feladat. Alakítsuk át az A kifejzést a B kifejezésbe (A-t B-be):

$$A = \frac{4\tan(x) - 4\tan(x)^3}{1 - 6\tan(x)^2 + \tan(x)^4},$$
$$B = \tan(4x).$$

8. feladat. Legyenek K és L olyan listák, amelyek elemei *numeric*, *string* vagy *symbol* típusúak. Írjunk olyan eljárást, amely ha K és L azonos hosszúságúak, akkor a kimenet az a 2-elemű [k,l] lista legyen, ahol k a K lista második legkisebb, illetve l az L lista második legnagyobb eleme. Minden más esetben hibaüzenetet lesz a végeredmény, amelyben természetesen tájékoztatást kapunk a problémáról.

9. feladat. Legyenek $s_1, s_2, \ldots$ *numeric* típusú objektumok. Írjunk eljárást, mely meghatározza ezen objektumok harmonikus, mértani, számtani és négyzetes közepét.

10. feladat. Definiáljuk a következő függvényt:

$$f\colon (t, N) \longmapsto \sum_{n=1}^{N} (-1)^{n+1} \frac{2}{n} \sin(nt).$$

Rajzoljuk fel az $f(t, 8)$ kifejezés grafikonját a $[-1, +2]$ és $[+3, +3.5]$ intervallumokon közös koordinátarendszerben úgy, hogy a két grafikondarab színe és vastagsága különböző legyen.

11. feladat. Legyen n tetszőleges természetes szám. Az n szám számjegyeinek összegét jelölje $S(n)$. Írjunk eljárást $S(n)$ kiszámítására. Határozzuk meg az $S(S(S(S(2^{2005}))))$ kifejezés értékét.

12. feladat. Legyen $X = [1, 2, \ldots, 999]$.

(a) Távolítsuk el az X listából azokat a természetes számokat, amelyek számjegyeinek az összege négyzetszám. A kapott lista legyen Y.

(b) Határozzuk meg az Y lista elemei négyzetösszegének prímtényezős felbontását.

13. feladat. Határozzuk meg a $z^3 + |z - i| = 2$ egyenlet valamennyi megoldását a komlex számok körében.

14. feladat. Oldjuk meg az

$$\begin{cases} x^3 - y^2 - y = \dfrac{1}{3}, \\ y^3 - z^2 - z = \dfrac{1}{3}, \\ z^3 - x^2 - x = \dfrac{1}{3}, \end{cases}$$

egyenletrendszert a komplex számok halmazán.

15. feladat. Oldjuk meg az

$$(x^3 - 6)^3 = 6 + \sqrt[3]{x + 6}$$

egyenletet a komplex számok halmazán.

16. feladat. Az $x^4 + y^4 - 4x^2y - x + 1 = 0$ egyenlettel definiált síkgörbe nem összefüggő. Valamelyik komponensébe írjunk be egy (nem elfajuló) 17-szöget.