5. Feladatsor

A szimplex módszer

1. Oldja meg az alábbi feladatot szimplex módszerrel.

$$
\begin{array}{rcrcrcrcl}
x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & - & x_4 & = & 2 \\
2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & 6 \\
x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 7 \\
 & & & & & & x_i & \geqslant & 0 \ (i = 1, 2, 3, 4) \\
\hline
2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & - & x_4 & \to & \min
\end{array}
$$

2. Oldja meg az alábbi feladatot szimplex módszerrel.

$$
\begin{array}{rcrcrcl}
x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 4 \\
x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & = & 5 \\
x_1 & + & 5x_2 & & & = & 4 \\
 & & & & x_i & \geqslant & 0 \ (i = 1, 2, 3) \\
\hline
-x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & \to & \min
\end{array}
$$

3. Oldja meg az alábbi feladatot szimplex módszerrel.

$$
\begin{array}{rcrcrcrcrcl}
x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & 2x_4 & - & x_5 & = & 6 \\
 & & 2x_2 & + & 4x_3 & - & 4x_4 & + & 2x_5 & = & 6 \\
 & & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & + & x_5 & = & 5 \\
 & & & & & & & & x_i & \geqslant & 0 \ (i = 1, \ldots, 5) \\
\hline
-x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & + & x_4 & - & x_5 & \to & \min
\end{array}
$$

4. Vezesse vissza az alábbi lineáris programozási feladatot alkalmas standard feladatra, és oldja meg a kapott feladatot szimplex módszerrel.

$$
\begin{array}{rcrcl}
2x_1 & + & x_2 & \geqslant & 1 \\
x_1 & + & x_2 & \leqslant & 3 \\
x_1 & - & x_2 & \geqslant & -1 \\
 & & x_i & \geqslant & 0 \ (i = 1, 2) \\
\hline
-x_1 & + & x_2 & \to & \min
\end{array}
$$

5. Vezesse vissza az alábbi lineáris programozási feladatot alkalmas standard feladatra, és oldja meg a kapott feladatot szimplex módszerrel.

$$\begin{array}{rcrcrcl}
2x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & = & 6 \\
3x_1 & - & 5x_2 & + & 2x_3 & \leqslant & 15 \\
x_1 & + & x_2 & - & x_3 & \geqslant & 3 \\
-x_1 & + & 3x_2 & - & x_3 & \leqslant & -1 \\
 & & & & x_i & \geqslant & 0 \ (i = 1, 2, 3) \\
\hline
-x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & \to & \max
\end{array}$$

Konvex poliéderek

6. Igazoljuk, hogy az $A\mathbf{x} \leqslant \mathbf{b}$, $\mathbf{x} \geqslant \mathbf{0}$ feltételeket kielégítő vektorok halmaza zárt és konvex.

7. Legyen K az $\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_m \in \mathbb{R}^n$ vektorok által generált konvex kúp.[1] Igazolja a következőket:

(a) a K halmaz konvex;

(b) $\mathbf{0} \in K$;

(c) ha $\mathbf{a} \in K$, akkor tetszőleges $\lambda \geqslant 0$ valós számra $\lambda\mathbf{a} \in K$;

(b) $\{\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_m\} \subseteq K$.

[1] Az $\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_m \in \mathbb{R}^n$ vektorok által generált konvex kúpnak nevezzük az $\mathbb{R}^n$ vektortér $\{\lambda_1\mathbf{a}_1 + \cdots + \lambda_m\mathbf{a}_m \mid \lambda_1, \ldots, \lambda_m \geqslant 0\}$ részhalmazát.