

Név:

ETR kód:

Tisztelt Vizsgáló! Minden egyes feladatnál a választ, illetve a végeredményt a feladathoz tartozó, előre nyomtatott **téglalap(ok)ban kell megadnia!** Ellenkező esetben **ki se javítjuk a feladatot!** Négyféle téglalap van: háromféle kicsi (azaz 1 sor magasságú) és egy nagy téglalap. A kis téglalap lehet **felkiáltójeles kis téglalap**, ez esetben **pontosan egy körbe** kell x-et tennie. A **kérdőjeles kis téglalapok** esetén **egy vagy több körbe** kell értelemszerűen x-et tennie. **Az aláhúzott kis téglalapba a végeredményt** (többnyire egy számot vagy formulát) kell jól olvashatóan beírnia. (Pl. ld. ETR kód fent.) **A kis téglalapokba tollal kell írni, javítás, áthúzás, lefestés tilos!** Tehát ne kapkodja el a kis téglalapok kitöltését; mérje fel előre, hány perc jut egy feladatra! (A vizsga **90 perces!**)

Ha egy feladatnál indoklást, számolást (is) várunk, akkor erre a célra egy több sor magasságú **nagy téglalapot** is megadunk. Abban – ellenkező kitétel híján – lehet javítani; ha netalán kevés a hely, akkor jól látható módon jelezze, hogy hol található a folytatás. Ezekre a feladatokra is érvényes: **csak akkor értékeljük**, ha a kis téglalap ki van töltve és összhangban van a nagy téglalapban szereplő, egyértelműen kibetűzhető munkával.

Segédszámolásokat **a téglalapokon kívül, csakis a kiosztott lapon** bárhová (pl. hátoldalra, sorok közé, stb.) lehet írni; ezeket a javításkor nem vesszük figyelembe. Részpontot nem adunk; az első feladatban szereplő hat igen/nem választ igénylő kérdésekre adott helyes válaszokért **2 pont**, a helytelen válaszokért **-2 pont** jár, a többi feladat hibátlan megoldása esetén **6 pont** jár, egyébként pedig nulla. **Segédeszköz** (kalkulátor, függvénytáblázat, saját papír, stb.) **nem használható!** Az összetűzött feladatsor nem szedhető szét!

(1) Döntse el, az alábbi kijelentések közül melyik igaz, melyik hamis!

Tetszőleges z komplex számra $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$.

! igaz hamis !

Az $x^2 + 1$ reducibilis $\mathbb{Z}_2[x]$ -ben.

! igaz hamis !

Egy páros és egy páratlan permutáció szorzata páratlan permutáció.

! igaz hamis !

Ha egy vektorrendszer tartalmazza a $\underline{0}$ vektort, akkor rangja 0.

! igaz hamis !

A síkon az x -tengelyre tükrözés mátrixa a standard bázisban $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

! igaz hamis !

Minden kvadratikus alak mátrixa szimmetrikus.

! igaz hamis !

(2) Mi az alábbi z komplex szám kanonikus alakja?

$$z = \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{2007}.$$

! $\frac{1+i}{1-i}$ $1+i$ 1 i -1 $-i$ egyik sem !

(3) Mi az inverziók száma az alábbi permutáció esetében?

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 6 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

!	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	5	<input type="radio"/>	8	<input type="radio"/>	10	<input type="radio"/>	egyik sem	<input type="radio"/>	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	----	-----------------------	-----------	-----------------------	---

(4) Mennyi az alábbi a, b, c vektorokból álló vektorrendszer rangja?

$$a = (1, 5, 2, 3), \quad b = (2, -1, 5, 1), \quad c = (0, -11, 1, -5).$$

!	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	egyik sem	<input type="radio"/>	!
---	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	-----------	-----------------------	---

Indoklás:

(5) Melyik az $f(x) = x^3 + 2x^2 + 2$ és a $g(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$ $\mathbb{Z}_3[x]$ -beli polinomok legnagyobb közös osztója az alábbiak közül?

?	$x + 1$	<input type="radio"/>	$x + 2$	<input type="radio"/>	$x^2 + 1$	<input type="radio"/>	$x^2 + 2$	<input type="radio"/>	$x^2 + x + 1$	<input type="radio"/>	$2x^2 + x + 2$	<input type="radio"/>	egyik sem	<input type="radio"/>	?
---	---------	-----------------------	---------	-----------------------	-----------	-----------------------	-----------	-----------------------	---------------	-----------------------	----------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

Indoklás:

(6) Milyen típusú az alábbi háromváltozós kvadratikus alak?

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2.$$

!	pozitív definit	<input type="radio"/>	negatív definit	<input type="radio"/>	pozitív szemidefinit	<input type="radio"/>	negatív szemidefinit	<input type="radio"/>	indefinit	<input type="radio"/>	!
---	-----------------	-----------------------	-----------------	-----------------------	----------------------	-----------------------	----------------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

(7) Legyen a $\varphi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ az a lineáris leképezés, amelynek mátrixa a standard bázisban

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 5 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Melyik vektornak lesz az $a = (-1, 1, -3)$ vektor a φ melletti képe?

!	<input type="radio"/>	$(0, 0, 0)$	<input type="radio"/>	$(1, -1, 0)$	<input type="radio"/>	$(-1, 1, -3)$	<input type="radio"/>	$(1, 3, 2)$	<input type="radio"/>	$(2, -1, 1)$	<input type="radio"/>	egyik sem	<input type="radio"/>	!
---	-----------------------	-------------	-----------------------	--------------	-----------------------	---------------	-----------------------	-------------	-----------------------	--------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

(8) Hányszoros gyöke a -1 az $f(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2$ polinomnak?

!	<input type="radio"/>	0	<input type="radio"/>	1	<input type="radio"/>	2	<input type="radio"/>	3	<input type="radio"/>	4	<input type="radio"/>	egyik sem	<input type="radio"/>	!
---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	-----------	-----------------------	---

Indoklás:

(9) Mi $\overline{x^2 + x + 1}$ négyzete a $\mathbb{Z}_2[x]/(x^3 + x + 1)$ testben?

!	<input type="radio"/>	$\overline{1}$	<input type="radio"/>	\overline{x}	<input type="radio"/>	$\overline{x+1}$	<input type="radio"/>	$\overline{x^2+1}$	<input type="radio"/>	$\overline{x^2+x+1}$	<input type="radio"/>	egyik sem	<input type="radio"/>	!
---	-----------------------	----------------	-----------------------	----------------	-----------------------	------------------	-----------------------	--------------------	-----------------------	----------------------	-----------------------	-----------	-----------------------	---

Indoklás: