

KOMPUTER ALGEBRA (MBN313L)
Zárthelyi dolgozat (pótlás és javítás, 1. zh.)

2008. december 10.

1. Határozzuk meg a e szám 2008-adik tizedesjegyét, valamint az első 2008 tizedesjegyének a számtani közepét 12 tizedesjegy pontossággal.
2. Hány darab olyan 1000-nél kisebb prímszám van, amelynek számjegyeit fordított sorrendben leírva szintén prímszámot kapunk?
3. Legyenek $\lambda_1, \dots, \lambda_3 \in \mathbb{C}$ az $x^3 + ax^2 + bx + c$ polinom komplex gyökei, ahol a, b, c racionális számok. Mutassuk meg, hogy

$$(-\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)(\lambda_1 - \lambda_2 + \lambda_3)(\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3) = a^3 - 4ab + 8c.$$

4. Tekintsük az

$$a_1 = 2009, \quad a_n = \begin{cases} \frac{a_{n-1}}{2}, & \text{ha } a_{n-1} \text{ páros,} \\ 3a_{n-1} + 1, & \text{ha } a_{n-1} \text{ páratlan,} \end{cases}$$

rekurzióval definált sorozatot. Határozzuk meg a sorozat első 200 eleme összegének prímszám felbontását.

5. Legyen S az a leképezés, amely az n természetes számhoz hozzárendeli a szám (tíz-es számrendszerbeli) számjegyeinek összegét. Határozzuk meg azokat az $n \leq 2008$ természetes számoknak a számát, amelyekre

$$S(n + S(n + S(n)))$$

legalább kétjegyű prímszám.