

KOMPUTER ALGEBRA (MBN313L)

2. zárthelyi dolgozat

2008. november 26.

1. Legyen

$$f = \left| \frac{x^2 - 1}{x^3 - x - 1} \right|,$$

$$g = \frac{5 \cos 3x}{x^2 - 1}.$$

Ábrázoljuk az f kifejezés grafikonját a $(-10, 10)$ intervallumon, a g kifejezés grafikonját a $(-2\pi, \pi)$ intervallumon, majd a két grafikont úgy, hogy színük és vastagságuk eltérő legyen.

2. A G_1, G_2, G_3 és G_4 gömbök sugarai rendre $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}$ és 2 , valamint teljesülnek az alábbiak:

$$G_i \cap G_{i+1} \neq \emptyset \quad (i = 1, 2, 3),$$

$$G_j \cap G_k = \emptyset \quad (1 \leq j < k \leq 4, k - j \geq 2).$$

Rajzoljunk ilyen gömböket.

3. Határozzuk meg az alábbi egyenletek valamennyi valós megoldását:

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{3-x} = 2 \sin(12x),$$

$$x^{x^x-x} - x = \frac{x+1}{10}.$$

4. Legyen $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$, és legyen L az a lista, amelynek i -edik eleme az

$$A^{i+1} + (B^T)^i$$

mátrix karakterisztikus polinomja elsőfokú tagjának együtthatója ($i = 1, \dots, 30$). Határozzuk meg L elemeinek összegét.

5. Legyen $A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$. Határozzuk meg azokat az $X \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ mátrixokat, amelyekre $XA^T - A^2X = X^2$. Határozzuk meg a megoldások determinánsát is.