

A többváltozós függvénytan elemei

Tematika és tételjegyzék

2012. ősz

1. A k -dimenziós euklideszi tér, bizonyítandó a Cauchy-Schwarz-Bunyakovszkij egyenlőtlenség
2. Környezetek a kibővített valós számok halmazán; nyílt és zárt halmazok. Bizonyítandó a zárttsággal ekvivalens állításokat kimondó tétel.
3. A határérték - sorozatok, függvények; iterált limesz.
4. Folytonosság. Kompakt halmazon folytonos függvények tulajdonságai. Bizonyítandó: kompakt halmazon folytonos függvény korlátos, illetve van minimuma, maximuma.
5. A parciális derivált. Kapcsolata a folytonossággal. Bizonyítandó: kompakt halmaz folytonos képe kompakt.
6. Differenciálhatóság. Kapcsolat a folytonossággal és a parciális deriválttal. Bizonyítandó: $f \in D_a \Rightarrow f \in C_a$ és $f \in D_a \Rightarrow \exists \nabla f$
7. Magasabb rendű deriváltak és differenciálok. Az iránymenti derivált. Kapcsolata a differenciálhatósággal és a parciális deriválttal. Bizonyítandó: a differenciálhatóság elegendő feltétele.
8. Lagrange középérték tétel (bizonyítandó). Többváltozós Taylor-formula. Differenciálási szabályok. Implicit függvények.
9. Többváltozós függvények szélsőértéke. Kvadratikus alakok, Sylvester tétel. Bizonyítandó: szélsőérték létének szükséges feltétele.
10. Feltételes szélsőérték.
11. Jordan-mérték. Bizonyítandó: a Cantor-halmaz nullmértékű és kontinuum számosságú.
12. Mérték és integrál. Bizonyítandó: majdnem mindenütt folytonos függvény integrálható.
13. Szukcesszív integrálás. Bizonyítandó: az integrál a szekciófüggvények segítségével.
14. Mérték- és integrál transzformáció. Bizonyítandó: polártranszformációról szóló tétel.
15. Vonalintegrál. Bizonyítandó: $\int_{\gamma} f_j dx_j = \int_a^b f_j(r(t)) \cdot \dot{r}_j(t) dt$. Primitív függvény, azaz a potenciál.
16. A vonalintegrál tulajdonságai. bizonyítandó: $\int_{\gamma_1 \cup \gamma_2} f = \int_{\gamma_1} f + \int_{\gamma_2} f$ és $\int_{\gamma^{-1}} f = - \int_{\gamma} f$
17. Potenciál létével ekvivalens állítások tételének bizonyítása. Egzakt differenciálegyenletek.
18. Potenciál létének szükségességének bizonyítása. Bizonyítandó továbbá: potenciál létének szükséges és elegendő feltétele egyszeresen összefüggő tartományon.