

## KOMBINATORIKA GYAKORLAT

2018. ÁPRILIS 4.

- (1) Lehet-e egy 8 pontú gráf fokszámsorozata 3; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 5?
- (2) a) Rajzoljunk le egy olyan 8 pontú gráfot, melynek fokszámsorozata: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. b) Van-e ilyen egyszerű gráf?
- (3) Bizonyítsuk be, hogy minden legalább két főből álló társaságban található két olyan ember, akiknek ugyanannyi ismerőse van.
- (4) Egy körmérkőzéses sakkturnán 10-en vesznek részt. 11 partit már lejátszottak. Bizonyítsuk be, hogy van olyan versenyző, aki már legalább 3 partit játszott.
- (5) Egy matematikaversenyen 200 versenyző vett részt. Hat feladatot kellett megoldaniuk. Minden feladatra legalább 120 helyes megoldás érkezett. Bizonyítsuk be, hogy van két olyan versenyző, hogy mindegyik problémát megoldotta legalább az egyikük.
- (6) Egy 10 férfiből és 10 nőből álló baráti társaságban minden férfi 5 emberrel fogott kezét az este folyamán. Hány férfi – nő kézfogás történt, ha tudjuk, hogy az összes férfi – férfi kézfogások száma 12?
- (7) Egy 9 tagú társaságban mindenki pontosan öt másik embernek átad 100 Ft-ot. Bizonyítsuk be, hogy az ajándékozások után van két olyan ember, akinek ugyanannyi forinttal változott a pénze (a változás előjelét is figyelembe véve).
- (8) Egy gyümölcsös fái egy  $5 \times 6$ -os rács rácspontjaiban található (tehát összesen 30 fa van). Egy madár a rács bal alsó, egy másik a rács jobb felső fáján ül kezdetben. A közeli templom minden óraütésére átszállnak egy-egy szomszédos fára (jobbra, balra, fel vagy le röppenhetnek pontosan egy fányit). Lehetséges-e, hogy valamikor mind a kettő ugyanazon a fán ül?