KOMBINATORIKA GYAKORLAT

2018. ÁPRILIS 25.

(1) Minden összefüggő gráfban van olyan csúcs, melyet elhagyva az így kapott gráf még összefüggő.

(2) Lássuk be, hogy H_3-ban nincs két különböző éldiszjunkt feszítő fa.

(3) Bizonyítsa be, hogy ha egy T fának a maximális foka D, akkor T-nek legalább D levele van.

(4) Bizonyítsa be, hogy ha $n \geq 2$-re K_n éleit pirosra és kékre színezzük, akkor találhatunk olyan feszítőfát, melynek minden éle piros vagy minden éle kék.

(5) Legyen a G gráf a következőképpen megadva. Pontjai a sakktábla mezői, két pontja pedig akkor van összekötve, ha a huszár egyikről a másikra egy lépésben átmehet. Mekkora $\chi(G)$?

(6) Legyen T és T' két feszítő fa a G gráfban. Bizonyítsa be: ha $e \in E(T) - E(T')$, akkor létezik olyan $e' \in E(T') - E(T)$, hogy a $T'' = T - e + e'$ fa is feszítő fája G-nek.

(7) Legyen adva egy T fa $n \geq 2$ ponton. Bizonyítsa be, hogy T leveleinek száma pontosan
$$2 + \sum_{x \in V(T)} \max\{0, d(x) - 2\}.$$

(8) Legyen G egy intervallum gráf: G minden csúcsához tartozik egy intervallum a számegyenesen, és két csúcs pontosan akkor szomszédos G-ben, ha a megfelelő két intervallum metszete nem üres. Lássuk be, hogy $\chi(G) = \omega(G)$.