

HARMADIK HF

ALGORITMUSOK ÉS BONYOLULTSÁGELMÉLET

Néhány probléma definíciója:

- FÜGGETLEN CSÚCSHALMAZ: Adva van egy G gráf és egy k szám. Igaz-e, hogy G -ben van k pont, hogy semelyik kettő között nincs él?
- KLIKK: Adva van egy G gráf és egy k szám. Igaz-e, hogy G -ben van k pont, hogy bármelyik kettő össze van kötve (azaz van k pontú klikk G -ben)?
- CNF: Adva van egy konjunktív normálforma (az “és”-ekkel összekapcsolt részei a klózok). Igaz-e, hogy kielégíthető?
- 1-híján-CNF: Igaz-e, hogy legfeljebb egy klóz kivételével a formula kielégíthető?
- τ -CNF: Igaz-e, hogy legfeljebb a klózok τ hányada kivételével a formula kielégíthető? (itt $\tau \in [0, 1]$)
- KETTÉVÁLASZTHATÓSÁG: Adva van egy G gráf. Igaz-e, hogy létezik $S \subseteq V(G)$, melyre $G[S]$ független, míg $G[\bar{S}]$ egy klikk?

A feladatok

- (1) A CNF probléma NP-teljességét felhasználva lássuk be, hogy az 1-híján-CNF probléma is NP-teljes.
- (2) A CNF probléma NP-teljességét felhasználva lássuk be, hogy az (1/3)-CNF probléma is NP-teljes.
- (3) Lássuk be, hogy az (1/2)-CNF probléma polinom időben megoldható.
- (4) Lássuk be, hogy a következő probléma NP-teljes. Adva van egy G gráf és egy k szám. Igaz-e, hogy G -ben van k pontú klikk és k pontú független halmaz?
- (5) Igaz-e, hogy ha egy G gráf nem választható ketté, akkor létezik véges sok korlátos pontszámú konfiguráció G -ben, melyek ezt tanúsítják? (Például 100 darab legfeljebb 1000 pontú részhalmaz a köztük futó élekkel és nem-élekkel, mely “elárulja” G -ről, hogy nem választható ketté.)
- (6) Tegyük fel, hogy az előző kérdésre igen a válasz. Milyen következménye lenne ennek a KETTÉVÁLASZTHATÓSÁG probléma bonyolultságára?

Ötöt elég megoldani. Beadási határidő: 2015. április 27., 23:59.