

**A többváltozós függvénytan elemei**  
tételsor, 2013/2014 I félév, levelező

1. Cauchy–Bunyakovszkij egyenlőtlenség skaláris szorzatos térben
2. Az  $\mathbb{R}^k$  skaláris szorzatos tér. A Cauchy–Bunyakovszkij egyenlőtlenség  $\mathbb{R}^k$ -ban
3. Az  $\mathbb{R}^k$  normált tér. A Minkowski egyenlőtlenség
4. Kocka és gömbi távolság, kocka és gömbi környezetek, ekvivalenciájuk  $\mathbb{R}^k$ -ban
5. Ponsorozatok konvergenciájának általános fogalma (környezetekkel és távolságokkal is)
6. A határérték unicitása. Konvergencia és korlátosság (környezetekkel és távolságokkal is)
7. Koordinátánkénti konvergencia tétel  $\mathbb{R}^k$ -ban
8. Bolzano–Weierstrass tétel  $\mathbb{R}^k$ -ban (elég  $\mathbb{R}^2$ -re bizonyítani)
9. Cantor-tétel  $\mathbb{R}^k$ -ban (egymásba skatulyázott korlátos zárt halmazok)
10. Többváltozós függvények folytonossága, a két definíció ekvivalenciája
11. Korlátos zárt halmazon folytonos függvények tulajdonságai (az egyik bizonyítása)
12.  $f(X) - f(A)$  előállítása a parciális deriváltakkal
13. A (totális) differenciálhatóság. Kapcsolata a folytonossággal, a parciális és az irány szerinti differenciálhatósággal
14. A (totális) differenciálhatóság elegendő feltétele (a parciális deriváltak folytonosak)
15. Az irány szerinti differenciálhatóság. Kiszámítása (totálisan) differenciálható függvény esetén
16. Többváltozós Lagrange középérték-tétel
17. Összetett függvény parciális és totális differenciálhatósága
18. Kvadratikus alakok. Főtengely-transzformáció, definit jelleg, együttható-feltételek
19. Kétfváltozós függvény szélsőértéke. A szélsőérték létezésének szükséges feltétele
20. Kétfváltozós függvény szélsőértéke. Elegendő feltételek
21. Vonalintegrál definíciója és alaptulajdonságai
22. Vonalintegrál kiszámítása egyváltozós integrállal
23. A vonalintegrál akkor és csak akkor útfüggetlen, ha van potenciálfüggvény
24. A vonalintegrál akkor és csak akkor útfüggetlen, ha  $P'_y = Q'_x$
25. Egzakt differenciálegyenletek
26. Jordan-mérhetőség és a halmaz határának 0-mértéke
27. A Jordan mérték additív, de nem  $\sigma$ -additív
28. Jordan tétele
29. Zárt intervallumon folytonos függvény grafikonja 0-mértékű a síkon
30. Kettős integrál definíciója, alsó és felső összegek viselkedése, összehasonlításuk

- 31. Oszcillációs kritérium kettős integrálra
- 32. Téglalapon vett kettős integrál kiszámítása
- 33. Normáltartományon vett kettős integrál kiszámítása

A fentiekén kívül, definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még a következőket:

Környezettulajdonságok, távolságfüggvény, norma, skaláris szorzat. Topologikus, metrikus, normált és skaláris szorzatos terek fogalma és kapcsolataik. Külső, belső, határpontok, nyílt, zárt halmazok. Halmazok belseje és lezártja. Halmazok zártságának kritériumai (torlódási pontok segítségével is).

Folytonos függvények: műveletek, összetett függvény. Függvények határértéke. A határérték műveleti és egyenlőtlenségi tételei. Összetett függvény.

A parciális differenciálhatóság definíciója és formális tulajdonságai. Körlánccal való elérhetőség összefüggő nyílt tartományban. A (totális) differenciálhatóság. Érintősík. Magasabbrendű parciális deriváltak, Young tétele, kétváltozós Taylor formula. Implicit függvény.

Kvadratikus alakok grafikus képe. Egyszeresen összefüggő tartomány fogalma.

Jordan mérték felépítése. A kettős integrál tulajdonságai. A kettős integrál integrálási intervallumra vonatkozó tulajdonságai. Halmaz átmérője. Darboux tétele. Riemann kritérium. Kettős integrál polártranszformációja.