

Differenciál- és integrálszámítás

Tételjegyzék

I.mat. alapszak levelező, 2012/2013 II. félév

- 1) Inverz függvény differenciálhatósága. Példák: $\arcsin x$, $\arctan x$ deriváltjai
- 2) x^n , $\sqrt[n]{x}$, ($n \in \mathbb{N}$), x^α függvények differenciálhatósága
- 3) Középérték-tételek (A Rolle tétel bizonyítása). Az integrálszámítás alaptétele
- 4) f monotonitásának jellemzése f' -vel (szükséges és elégséges feltételek; az egyik állítás bizonyítása)
- 5) f szélsőértékére vonatkozó tételek (az egyik állítás bizonyítása)
- 6) L'Hospital szabály (bizonyítás nélkül). Példák: $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n e^{-x}$, $n \in \mathbb{N}$;
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^n x}{x}$, $n \in \mathbb{N}$; $\lim_{x \rightarrow 0} x^x$; $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x - \sin x}$
- 7) Példák olyan függvénysorozatokra, ahol $f_n \rightarrow f$, f_n differenciálható, de f nem; illetve $f_n \rightarrow f$, f_n és f differenciálhatók, de $f'_n \not\rightarrow f'$
- 8) Hatványsorok tagonkénti differenciálása; $\sum_{n=0}^{\infty} nx^n$ összegfüggvénye
- 9) Taylor formula
- 10) $\sin x$, $\cos x$, e^x függvények Taylor sorai
- 11) Helyettesítéssel való integrálás formulája primitív függvényre
- 12) Rekurzív formulák: $\frac{1}{(1+x^2)^n}$ és $\sin^n x$ primitív függvényei (az egyik részletesen)
- 13) Racionalizáló helyettesítések. $R(\sin x, \cos x)$ alakú függvények primitív függvénye
- 14) Az alsó és felső összegek tulajdonságai (viselkedésük a beosztás sűrítésekor; összehasonlításuk)
- 15) Az alsó és felső integrálok definíciója, összehasonlításuk. A Riemann féle integrál
- 16) Az oszcillációs kritérium
- 17) Integrálható függvények abszolútértékének integrálhatósága és az integrál becslése
- 18) A monoton függvények integrálhatók
- 19) A folytonos függvények integrálhatók
- 20) Newton-Leibniz formula
- 21) A parciális integrálás formulája Riemann integrálra
- 22) Az integrálfüggvény folytonossága és differenciálhatósága (az egyik állítás bizonyítása)
- 23) Az integrálfüggvény és a primitív függvény kapcsolata. Példák

- 24) Példák olyan függvénysorozatokra, ahol $f_n \rightarrow f$, f_n integrálható, de f nem; illetve $f_n \rightarrow f$, f_n és f integrálhatók, de $\int_a^b f_n dx \not\rightarrow \int_a^b f dx$
- 25) Hatványsorok tagonkénti integrálása (bizonyítás nélkül); $\arctan x$, $\log(1+x)$ hatványsorai
- 26) Az improprius integrál definíciójának alapesetei. Példák
- 27) $\int_1^\infty \frac{\sin x}{x} dx$ improprius integrál létezése
- 28) Görbeív alatti terület, zárt görbe által határolt terület
- 29) Forgástest térfogata
- 30) Rektifikálható görbe ívhossza; az ívhossz kiszámítása

Definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még:

A differenciálhányados fogalma, geometriai jelentése és kapcsolata a folytonossággal; a differenciálás műveleti szabályai, elemi függvények deriváltjai. A konvexitás fogalma és jellemzése. Függvénysorozat határfüggvényének differenciálhatósága, függvénysor összegfüggvényének differenciálhatósága. A Taylor formula. A Taylor sor.

A primitív függvény fogalma. A helyettesítéses és parciális integrálás formulái. A primitív függvény keresésének tanult módszerei.

Integrálközelítő összegek; Riemann összeg; Darboux tétele. Az integrálhatóság kritériumai; Riemann kritérium. Az integrál linearitása; tulajdonságai. Szorzat és hányadosfüggvény integrálhatósága. Integrálhatóság részintervallumon, $\int_b^a f$ és $\int_a^a f$ definíciója, intervallum szerinti additivitás. A helyettesítéses integrálás formulája Riemann integrálra. Az improprius integrál létezésére vonatkozó majoráns kritérium. Pozitív tagú sorokra vonatkozó integrálkritérium.

Terület, ívhossz, forgástest térfogata, felszíne és kiszámításuk ($y = f(x)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$, $r = r(\varphi)$ alakban adott görbék esetei).

Differenciálegyenlet, iránymező, általános és szinguláris megoldás. Szétválasztható változójú és lineáris differenciálegyenletek. Homogén lineáris másodrendű differenciálegyenlet megoldáshalmazának szerkezete, konstans együtthatós másodrendű lineáris differenciálegyenlet általános megoldása.