

Bevezetés az analízisbe

(Tételjegyzék 2012/2013 I. félév, I. évf. matematika alapszak, levelező)

- 1) Monoton, korlátos sorozat konvergencia
- 2) Az $(\frac{1}{n^\alpha})$, $(\alpha \geq 1)$ és a (q^n) sorozatok konvergenciája
- 3) Az $(\frac{n}{2^n})$ és a $(\frac{c^n}{n!})$ sorozatok konvergenciája
- 4) Az $(1 + \frac{1}{n})^n$ sorozat konvergenciája
- 5) Az $(\sqrt[n]{n})$ és az $(\sqrt[n]{c})$ sorozatok konvergenciája
- 6) A ∞ -divergens sorozatok. Műveletek ∞ -divergens sorozatokkal (+, -)
- 7) Bolzano-Weierstrass tétel
- 8) Cauchy kritérium sorozatokra
- 9) A $\sum q^n$, $\sum \frac{1}{n}$, $\sum \frac{1}{n^2}$ sorok konvergenciájának vizsgálata (definíció szerint)
- 10) Cauchy-kritérium sorokra. Az $a_n \rightarrow 0$ szükséges feltétel
- 11) A gyökkritérium (mindhárom alakja)
- 12) Az összehasonlító kritérium
- 13) Leibniz-féle kritérium. Az $|s_n - s|$ becslése
- 14) Cauchy-Hadamard tétel
- 15) Példák hatványsor konvergenciaviselkedésére a konvergencia-intervallum végpontjaiban
- 16) Példák olyan függvénysorozatokra, ahol $f_n \rightarrow f$, és f_n folytonos, f nem
- 17) Függvény folytonossága, a két definíció ekvivalenciája
- 18) Intervallumon folytonos függvény Bolzano Darboux tulajdonsága
- 19) Folytonos függvény inverze
- 20) Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény korlátos
- 21) Az e^x függvény definíciója és folytonossága
- 22) Az e^x függvény monotonitása
- 23) A $\sin x$ függvény folytonossága
- 24) A $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ leszűkítésének inverzei
- 25) A $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ határérték
- 26) A $\lim_{|x| \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$ határérték

A fenti tételeken kívül definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még az alábbiakat:

Valós számok, T. axióma, arkhimédieszi tulajdonság, Cantor tétel. Háromszög-egyenlőtlenség. Bernoulli-egyenlőtlenség, számtani és mértani közepek tétele.

Függvény fogalma, függvényműveletek (összetétel, invertálhatóság), pontonkénti műveletek, monotonitás.

Számsorozatok konvergenciája, korlátossága, monotonitása, és kapcsolatuk. A konvergencia egyenlőtlenségi tételei és műveleti szabályai. Műveleti szabályok és egyenlőtlenségi tételek ∞ -divergens sorozatokra. Indexsorozat, részsorozatok. Torlódási pont két definíciója. limsup, liminf létezése. Torlódási pont és határérték kapcsolata.

Számsorok konvergenciája és divergenciája. Konvergencia és abszolút konvergencia. Műveletek konvergens sorokkal (linearitás, csoportosíthatóság). Cauchy féle szorzatsor. Mertens tétele. Hányadoskritérium.

Függvénysorozatok, függvénysorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Hatványsor abszolút és egyenletes konvergenciája a konvergencia intervallum belsőjében. Az összegfüggvény folytonos.

A pontbeli folytonosság egyenlőtlenségi tételei és műveleti szabályai. Folytonos függvények összetétele. Féloldali folytonosság. Intervallumon vett folytonosság. Korlátos zárt intervallumon folytonos függvények. Folytonos függvények sorozatai. Egyenletes folytonosság. Nevezetes elemi függvények (exponenciális, logaritmus, trigonometrikus) fogalma, tulajdonságai. Függvény határértékének mindkét definíciója minden esetben. Féloldali határérték. Függvény határértékére vonatkozó műveleti szabályok és egyenlőtlenségi tételek. Dinamikus függvényvizsgálat. Szakadási helyek osztályozása.