

Bevezetés az analízisbe

(Tételjegyzék 2009/2010. I. félév, I. évf. matematika alapszak)

- 1) Monoton, korlátos sorozat konvergencia
- 2) Konvergencia sorozatok szorzatára vonatkozó tétel
- 3) Konvergencia sorozatok egyenlőtlenségi tételei (ha $a_n \leq b_n$, ill. ha $a < b$)
- 4) Rendőr elv
- 5) Az $(\frac{1}{n^\alpha})$, ($\alpha \geq 1$) és a (q^n) sorozatok konvergenciája
- 6) Az $(\frac{n^2}{3^n})$ sorozat konvergenciája
- 7) Az $x_1 = 1$, $x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + \frac{c}{x_n})$ sorozat konvergenciája
- 8) Az $(1 + \frac{1}{n})^n$ és az $(1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ sorozatok konvergenciája
- 9) Az $(\sqrt[n]{n})$ és az $(\sqrt[n]{c})$ sorozatok konvergenciája
- 10) A ∞ -divergens sorozatok. Műveletek ∞ -divergens sorozatokkal
- 11) Bolzano-Weierstrass tétel
- 12) Cauchy-féle kritérium sorozatokra
- 13) A $\sum q^n$, $\sum \frac{1}{n}$, $\sum \frac{1}{n^2}$ sorok konvergenciájának vizsgálata (definíció szerint)
- 14) Cauchy-kritérium sorokra. Az $a_n \rightarrow 0$ szükséges feltétel
- 15) Műveletek konvergencia sorokkal. (Linearitás, zárójeljelezhetőség)
- 16) Abszolút konvergencia sor átrendezései
- 17) Példa feltételesen konvergencia sor átrendezésére
- 18) A gyökkritérium (mindhárom alakja)
- 19) A majoránskritérium
- 20) Leibniz-féle kritérium. Az $|s_n - s|$ becslése
- 21) Példák: hatványsor konvergencia viselkedése a konvergencia-intervallum végpontjaiban
- 22) Hatványsor abszolút és egyenletes konvergenciája a konvergencia-intervallum belsejében. Az összegfüggvény folytonos
- 23) Példák olyan függvénysorozatokra, ahol $f_n \rightarrow f$, és f_n folytonos, f nem; illetve f_n és f folytonosak, de a konvergencia nem egyenletes
- 24) Függvény folytonossága, a két definíció ekvivalenciája
- 25) Folytonos függvények összetétele
- 26) Intervallumon folytonos függvény Bolzano-Darboux tulajdonsága
- 27) Az a^x ($a > 0$, $x \in R$) függvény definíciója
- 28) Az a^x ($a > 0$, $a \neq 1$) függvény monotonitása
- 29) Függvény határértéke. A két definíció ekvivalenciája

- 30) Függvény határértékére (vége hé. véges helyen) vonatkozó egyenlőtlenségi tételek és műveleti szabályok
- 31) Intervallumon monoton függvény féloldali határértékének létezése
- 32) A $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ határérték
- 33) A $\lim_{|x| \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x$ határérték
- 34) Korlátos zárt intervallumon folytonos függvény korlátos
- 35) Korlátos zárt intervallumon folytonos függvényre vonatkozó első és utolsó elérési tulajdonság

A fenti tételeken kívül definíció és tételkimondás szintjén tudni kell még az alábbiakat:

Valós számok, T. axióma, Cantor tétel. Függvény fogalma, függvényműveletek, pontonkénti műveletek, monotonitás, szélsőérték. Háromszög-egyenlőtlenség. Környezettulajdonságok. Bernoulli-egyenlőtlenség, számtani és mértani közepek tétele.

Konvergencia, korlátosság, monotonitás, kapcsolatuk. A konvergencia műveleti szabályai. Indexsorozat, részsorozatok, sorozatok átrendezése és fésűs egyesítése. Műveleti szabályok és egyenlőtlenségi tételek ∞ -divergens sorozatokra. Torlódási pont két definíciója. limsup, liminf létezése. Torlódási pont és határérték kapcsolata.

Számsorok konvergenciája és divergenciája. Konvergencia és abszolút konvergencia. Hányadoskritérium, Cauchy ekvikonvergencia tétele, Dirichlet-féle kritérium. Sorok szorzása, szorzatsor konvergenciája. Feltételesen konvergens sor átrendezései. Függvénysorozatok, függvénysorok pontonkénti és egyenletes konvergenciája. Cauchy-kritérium a pontonkénti és az egyenletes konvergenciára. Folytonos függvények sorozatai. Riemann tétele a konvergens számsorral majorált függvénysorokról. Cauchy-Hadamard tétel.

A pontbeli folytonosság műveleti szabályai és egyenlőtlenségi tételek. Folytonos függvény inverze. Intervallumon vett folytonosság. Egyenletes folytonosság. Féloldali folytonosság. Nevezetes elemi függvények (hatvány-, gyök-, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus, ciklometrikus) fogalma, tulajdonságai. Az elemi függvények fogalma. Korlátos zárt (azaz kompakt) intervallumon folytonos függvények. Függvény határértékének mindkét definíciója minden esetben. Féloldali határérték. Dinamikus függvényvizsgálat. Szakadási helyek osztályozása. Aszimptoták.