

### Euklideszi geometria – 1. röpdolgozat

2011. február 14. hétfő (A csoport)

**1. Feladat.** A  $\Sigma = (\mathcal{P}, \mathcal{L}, \mathcal{I})$  illeszkedési síkon érvényes a következő három axióma:

S1. Axióma. Bármely két különböző pontra illeszkedik legalább egy egyenes.

S2. Axióma. Bármely egyenesre illeszkedik legalább két különböző pont.

S3. Axióma. Van négy olyan pont, melyek közül semelyik három nem kollineáris.

Igaz-e az alábbi állítás?

$\Sigma$  tartalmaz három kollineáris pontot.

(3 pont)

**2. Feladat.** Legalább hány egyenest tartalmaz az előző feladatban szereplő  $\Sigma$  sík?

(3 pont)

**3. Feladat.** Mutassuk meg, hogy az *affin síkon* ha egy egyenes metszi két párhuzamos egyenes egyikét, akkor metszi a másikat is.

(4 pont)

**4. Feladat.** Mutassuk meg az *affin illeszkedési sík* valamelyik axiómájáról, hogy független a többitől.

(6 pont)

### Euklideszi geometria – 1. röpdolgozat

2011. február 14. hétfő (B csoport)

**1. Feladat.** A  $\Sigma = (\mathcal{P}, \mathcal{L}, \mathcal{I})$  illeszkedési síkon érvényes a következő három axióma:

S1. Axióma. Bármely két különböző egyenesre illeszkedik egy közös pont.

S2. Axióma. Bármely pontra illeszkedik legalább két különböző egyenes.

S3. Axióma. Van négy olyan egyenes, melyek közül semelyik három nem illeszkedik egy közös pontra.

Igaz-e az alábbi állítás?

$\Sigma$  tartalmaz olyan pontot, amelyre három különböző egyenes illeszkedik.

(3 pont)

**2. Feladat.** Legalább hány pontot tartalmaz az előző feladatban szereplő  $\Sigma$  sík?

(3 pont)

**3. Feladat.** Az *affin síkon* ha két egyenes metszi egymást, akkor van-e olyan, amely mindkettővel párhuzamos?

(4 pont)

**4. Feladat.** Az alábbi  $\Sigma = (\mathcal{P}, \mathcal{L}, \mathcal{I})$  rendszer teljesíti az *affin illeszkedési sík* axiómáit. Legalább két axiómára bizonyítsuk ezt be.

$\mathcal{P} = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$ ,  $\mathcal{L} = \{(x, y) : ax + by + c = 0\}$  valamely  $a, b, c$  valós számokra, ahol  $a = b = c = 0$  nem teljesül },  
 $\mathcal{I} = \{(P, l) : P \in l\}$ .

(6 pont)

## Euklideszi geometria – 1. röpdolgozat

2011. február 16. szerda (A csoport)

**1. Feladat.** A  $\Sigma = (\mathcal{P}, \mathcal{L}, \mathcal{I})$  illeszkedési síkon érvényes a következő három axióma:

S1. Axióma. Bármely két különböző pontra illeszkedik pontosan egy egyenes.

S2. Axióma. Bármely két különböző egyenesre illeszkedik pontosan egy pont.

S3. Axióma. Létezik három nem kollineáris pont.

Igaz-e az alábbi állítás?

$\Sigma$  tartalmaz négy kollineáris pontot.

(3 pont)

**2. Feladat.** Legalább hány egyenest tartalmaz az előző feladatban szereplő  $\Sigma$  sík?

(3 pont)

**3. Feladat.** Hány metszéspontja van az *affin síkon* négy egyenesnek, ha úgy helyezkednek el, hogy páronként metszik egymást, és bármely pontra legfeljebb két egyenes illeszkedik?

(4 pont)

**4. Feladat.** Adjuk meg egy modelljét az *affin illeszkedési síknak* és mutassuk meg annak axiómái közül legalább kettőnek a teljesülését.

(6 pont)

## Euklideszi geometria – 1. röpdolgozat

2011. február 16. szerda (B csoport)

**1. Feladat.** A  $\Sigma = (\mathcal{P}, \mathcal{L}, \mathcal{I})$  illeszkedési síkon érvényes a következő három axióma:

S1. Axióma. Bármely két különböző pontra illeszkedik pontosan egy egyenes.

S2. Axióma. Bármely két különböző egyenesre illeszkedik pontosan egy pont.

S3. Axióma. Létezik három kollineáris pont.

Igaz-e az alábbi állítás?

$\Sigma$  tartalmaz három nem kollineáris pontot.

(3 pont)

**2. Feladat.** Legalább hány egyenest tartalmaz az előző feladatban szereplő  $\Sigma$  sík?

(3 pont)

**3. Feladat.** Hány egyenest határoz meg az *affin síkon* négy pont, amelyek közül semelyik három nem kollineaáris?

(4 pont)

**4. Feladat.** Adjuk meg egy analitikus modelljét az *affin illeszkedési síknak* és mutassuk meg annak axiómái közül legalább egynek a teljesülését.

(6 pont)

## Euklideszi geometria – 2. röpdolgozat

2011. február 28. hétfő (A csoport)

**1. Feladat.** Igaz-e, hogy (az ideális elemekkel kibővített affin térben) egy síkot meghatároz egy ideális és két nem ideális pontja?

(3 pont)

**2. Feladat.** Legyen  $\mathbf{m} = \frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}$  és  $\mathbf{n} = \frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b}$ . Fejezzük ki a  $3\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$  vektort az  $\mathbf{m}, \mathbf{n}$  vektorokkal!

(3 pont)

**3. Feladat.** Mutassuk meg, hogy (az affin illeszkedési térben) két metsző egyenes egyértelműen meghatároz egy síkot!

(4 pont)

**4. Feladat.** Legyenek adottak a síkban a metsző  $OX$  és  $OY$  egyenesek, továbbá az egyikre sem illeszkedő kollineáris  $A, B, C$  ponthármas. Egy az  $A$  ponton átmenő egyenes messe  $OX$ -et az  $M$ ,  $OY$ -t az  $N$  pontban. Legyen továbbá a  $BM$  és a  $CN$  egyenesek metszéspontja  $P$ . Mi lesz a  $P$  pontok mértani helye, ha minden, az  $A$  ponton átmenő egyenest számba veszünk?

(6 pont)

## Euklideszi geometria – 2. röpdolgozat

2011. február 28. hétfő (B csoport)

**1. Feladat.** Tekinthesz-e az ideális elemekkel kibővített affin térben ideális egyeneseknek a párhuzamos síkok ekvivalenciaosztályait?

(3 pont)

**2. Feladat.** Legyen  $\mathbf{m} = \frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{1}{2}\mathbf{b}$  és  $\mathbf{n} = \frac{1}{2}\mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}$ . Fejezzük ki az  $5\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$  vektort az  $\mathbf{m}, \mathbf{n}$  vektorokkal!

(3 pont)

**3. Feladat.** Mutassuk meg, hogy (az affin illeszkedési térben) két párhuzamos egyenes egyértelműen meghatároz egy síkot!

(4 pont)

**4. Feladat.** A sík különböző  $l, m, n$  egyenesei átmennek az  $O$  ponton, a különböző  $A, B, C$  pontok ezek egyikére sem illeszkednek. Szerkesszünk olyan  $LMN$  háromszöget, melynek csúcsai rendre illeszkednek a megadott egyenesekre, oldalai pedig átmennek a megadott pontokon.

(6 pont)

### Euklideszi geometria – 2. röpdolgozat

2011. március 2. szerda (A csoport)

**1. Feladat.** Igaz-e, hogy az ideális elemekkel kibővített affin térben egy síkot meghatároz két ideális és egy nem ideális pontja?

(3 pont)

**2. Feladat.** Legyen  $\mathbf{m} = \frac{1}{4}\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{b}$  és  $\mathbf{n} = \frac{1}{4}\mathbf{a} - \frac{1}{4}\mathbf{b}$ . Fejezzük ki a  $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$  vektort az  $\mathbf{m}, \mathbf{n}$  vektorokkal!

(3 pont)

**3. Feladat.** Mutassuk meg, hogy az affin illeszkedési térben van három olyan sík, amelynek pontosan egy közös pontja van!

(5 pont)

**4. Feladat.** Fogalmazzuk meg a Desargues-tulajdonságot, és szemléltessük ábrával!

(5 pont)

### Euklideszi geometria – 2. röpdolgozat

2011. március 2. szerda (B csoport)

**1. Feladat.** Az ideális elemekkel kibővített affin térben az ideális síknak van-e három nem kollineáris pontja?

(3 pont)

**2. Feladat.** Legyen  $\mathbf{m} = \frac{1}{4}\mathbf{a} - \frac{1}{4}\mathbf{b}$  és  $\mathbf{n} = \frac{1}{4}\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{b}$ . Fejezzük ki az  $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$  vektort az  $\mathbf{m}, \mathbf{n}$  vektorokkal!

(3 pont)

**3. Feladat.** Mutassuk meg, hogy az affin illeszkedési térben létezik két egymással nem párhuzamos sík!

(4 pont)

**4. Feladat.** Az  $ABCDEF$  hatszög  $A, C, E$  csúcsa az  $a$  egyenesre,  $B, D, F$  csúcsa pedig a  $b$  egyenesre illeszkedik, továbbá az  $AD, BE, CF$  egyeneseknek van egy közös metszéspontja. Bizonyítsuk be, hogy az  $AB$  és a  $DE$ , a  $BC$  és az  $EF$ , a  $CD$  és az  $FA$ , valamint az  $a$  és a  $b$  egyenesek metszéspontjai egy egyenesre illeszkednek!

(6 pont)

### Euklideszi geometria – 3. röpdolgozat

2011. március 16. szerda (**A** csoport)

**1. Feladat.** Fejtsük ki, mi a különbség a *kötött vektor* és a *szabad vektor* között!

(3 pont)

**2. Feladat.** Mutassuk meg a szabad vektorok  $\mathcal{F}$  halmazában a zérus vektor egyértelműségét!

(4 pont)

**3. Feladat.** Hogyan teremthetünk kölcsönösen egyértelmű kapcsolatot az (az *affin sík*, illetve *tér*) egy egyenes pontjainak halmaza és a valós számok halmaza között?

(4 pont)

**4. Feladat.** Hogyan bontunk fel egy vektort két adott (egymással nem párhuzamos) vektor lineáris kombinációjára?

(5 pont)

### Euklideszi geometria – 3. röpdolgozat

2011. március 16. szerda (**B** csoport)

**1. Feladat.** Fejtsük ki, mi a különbség a *szabad vektor* és a *helyvektor* között!

(3 pont)

**2. Feladat.** Hány inverz eleme van az  $\mathbf{f}$  vektornak a szabad vektorok  $\mathcal{F}$  halmazában?

(4 pont)

**3. Feladat.** Mit értünk az  $\mathbf{f}$  és  $\mathbf{g}$  szabad vektorok  $\mathbf{f} - \mathbf{g}$  különbségén?

(3 pont)

**4. Feladat.** Hogyan bontunk fel egy vektort három adott (nem egy síkba eső) vektor lineáris kombinációjára?

(6 pont)

### Euklideszi geometria – 3. röpdolgozat

2011. március 21. hétfő (A csoport)

**1. Feladat.** Igaz vagy hamis?

- (a) Egy  $(P, Q)$  kötött vektor pontosan egy szabad vektort reprezentál.
- (b) Két különböző kötött vektorhoz található olyan szabad vektor, amelynek azok a reprezentánsai.
- (c) Bármely két kötött vektort össze tudunk adni.

(3 pont)

**2. Feladat.** Igaz-e, hogy egy bármely  $\mathbf{f} = \overrightarrow{PQ}$  szabad vektorhoz és  $S$  ponthoz van  $\mathbf{f}$ -nek egy  $S$  végpontú reprezentánsa?

(4 pont)

**3. Feladat.** Igaz vagy hamis?

- (a) A kötött vektorok  $\mathcal{K}$  halmaza vektorteret alkot.
- (b) A szabad vektorok  $\mathcal{F}$  halmaza vektorteret alkot.
- (b) A helyvektorok  $\mathcal{H}$  halmaza vektorteret alkot.

(3 pont)

**4. Feladat.** Adjunk meg egy eljárást affin szabályos hatszög szerkesztésére!

(6 pont)

### Euklideszi geometria – 3. röpdolgozat

2011. március 21. hétfő (B csoport)

**1. Feladat.** Igaz vagy hamis?

- (a) Különböző szabad vektoroknak lehet ugyanaz a reprezentánsuk.
- (b) Két különböző kötött vektor mindig két különböző szabad vektort reprezentál.
- (c) Bármely két szabad vektort össze tudunk adni.

(3 pont)

**2. Feladat.** Értelmezhető-e két vektor különbsége a szabad vektorok  $\mathcal{F}$  halmazában?

(4 pont)

**3. Feladat.** Soroljuk fel a vektorok skalárral való szorzásának azonosságait!

(3 pont)

**4. Feladat.** Mutassuk meg, hogy egy affin szabályos hatszög szemközti csúcsokat összekötő átlói közös pontban metszik egymást!

(6 pont)

### Euklideszi geometria – 4. röpdolgozat

2011. március 30. szerda (A csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Ha két vektortér izomorf, akkor bijektíven leképezhetők egymásra.
- (b) Az  $\mathbb{R}^2$  és  $\mathbb{R}^3$  koordinátatér izomorf egymással.
- (c) Ha  $O \neq O'$ , akkor az  $O$  kezdőpontú és az  $O'$  kezdőpontú helyvektorok tere nem izomorf egymással (feltesszük, hogy ugyanabban az affin térben vagyunk.)
- (d) A kötött vektorok halmaza vektorteret alkot.

(4 pont)

**2. Feladat.** Írjuk fel annak a koordinátaegyenesnek az egyenletét, amely átmegy az  $(x_1, y_1)$  és  $(x_2, y_2)$  ponton!

(4 pont)

**3. Feladat.** Írjuk fel annak a koordinátaegyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a  $4x + 5y = 5$  koordinátaegyenessel és átmegy a  $(2, 3)$  ponton!

(3 pont)

**4. Feladat.** Írjuk fel azt a  $3 \times 3$ -as mátrixot, amely az  $\mathbb{R}^3$  koordinátatér vektorainak minden koordinátáját ellentettjére változtatja!

(5 pont)

### Euklideszi geometria – 4. röpdolgozat

2011. március 30. szerda (B csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Ha két vektortér bijektíven leképezhető egymásra, akkor izomorf.
- (b) Izomorf vektorterek dimenziója megegyezik.
- (c) A szabad vektorok tere és a helyvektorok tere nem izomorf egymással (feltesszük, hogy ugyanabban az affin térben vagyunk.)
- (d) A kötött vektorok halmaza vektorteret alkot.

(4 pont)

**2. Feladat.** Írjuk fel annak a koordinátaísnak az egyenletét, amely átmegy az  $(x_1, y_1, z_1)$ ,  $(x_2, y_2, z_2)$  és  $(x_3, y_3, z_3)$  ponton!

(4 pont)

**3. Feladat.** Írjuk fel annak a koordinátaegyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a  $5x - 4y = 3$  koordinátaegyenessel és átmegy a  $(3, 4)$  ponton!

(3 pont)

**4. Feladat.** Írjuk fel azt a  $3 \times 3$ -as mátrixot, amely az  $\mathbb{R}^3$  koordinátatér minden vektorának harmadik koordinátáját ellentettjére változtatja!

(5 pont)

### Euklideszi geometria – 4. röpdolgozat

2011. április 11. hétfő (A csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) A  $V_1$  és  $V_2$  vektortér olyan, hogy mindkettőben értelmezve van az összeadás és a skalárral való szorzás; így ez a két vektortér izomorf.
- (b) Az  $\mathbb{R}^2$  koordinátatér és az affin sík  $O$  kezdőpontú helyvektorainak tere nem izomorf egymással.
- (c) Az affin tér szabad vektorainak halmaza megfelelően definiált összeadás és skalárral való szorzás esetén vektorteret képez.
- (d) Az affin sík kötött vektorainak halmaza nem alkot vektorteret.

(4 pont)

**2. Feladat.** Írjuk fel annak a koordinátaegyenesnek az egyenletét, amely átmegy az  $(5, 1)$  és a  $(8, 1)$  ponton!

(3 pont)

**3. Feladat.** Írjuk fel annak a koordinátaegyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a  $4x + 5y = 5$  koordinátaegyenessel és átmegy az  $(x_0, y_0)$  ponton!

(4 pont)

**4. Feladat.** Írjuk fel azt a  $3 \times 3$ -as mátrixot, amely az  $\mathbb{R}^3$  koordinátatér vektorainak első két koordinátáját ellentettjére változtatja!

(5 pont)

### Euklideszi geometria – 4. röpdolgozat

2011. április 11. hétfő (B csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Két egymással izomorf vektortér között létezik bijektív leképezés.
- (b) Az  $\mathbb{R}^3$  koordinátatér és az affin tér  $O$  kezdőpontú helyvektorainak tere izomorf egymással.
- (c) Az affin sík szabad vektorainak halmaza megfelelően definiált összeadás és skalárral való szorzás esetén vektorteret képez.
- (d) Az affin tér kötött vektorainak halmaza nem alkot vektorteret.

(4 pont)

**2. Feladat.** Írjuk fel annak a koordinátaegyenesnek az egyenletét, amely átmegy az  $(x_1, y_1, z_1)$ ,  $(x_2, y_2, z_2)$  és  $(x_3, y_3, z_3)$  ponton!

(4 pont)

**3. Feladat.** Írjuk fel annak a koordinátaegyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a  $6x - 5y = 4$  koordinátaegyenessel és átmegy a  $(2011, 2011)$  ponton!

(3 pont)

**4. Feladat.** Írjuk fel azt a  $3 \times 3$ -as mátrixot, amely az  $\mathbb{R}^3$  koordinátatér vektorainak második két koordinátáját ellentettjére változtatja!

(5 pont)



### Euklideszi geometria – 5. röpdolgozat

2011. április 20. szerda (A csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Az affin síkon az affinitások csoportot alkotnak.
- (b) Az affin síkon az irányítástartó affinitások nem alkotnak csoportot.
- (c) Egy affinitának mindig van fixpontja.
- (d) Az affin síkon egy rögzített  $O$  fixponttal rendelkező affinitások összessége csoportot alkot.

(4 pont)

**2. Feladat.** Mit értünk egy transzformáció konjugáltján? (Adjunk rá konkrét példát is!).

(4 pont)

**3. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Az euklideszi szorzás mindig pozitív definit, de egy norma nem feltétlenül.
- (b) Az euklideszi normára teljesül a parallelogramma-azonosság.
- (c) Minden metrikus térben van két olyan pont, amelyek távolsága negatív szám.

(3 pont)

**4. Feladat.** Egy folyó partjai egy adott szakaszon párhuzamosnak tekinthetők. A két parton levő két település között hová kell az utat és a hidat építeni, hogy az építkezés költsége a legkisebb legyen?

(5 pont)

### Euklideszi geometria – 5. röpdolgozat

2011. április 20. szerda (B csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Az affin síkon csak az irányítástartó affinitások alkotnak csoportot, az irányításváltók nem.
- (b) Az irányítástartó affinitások determinánsa pozitív..
- (c) Egy affinitásnak nem mindig van fixpontja.
- (d) Az affin síkon az eltolások összessége csoportot alkot.

(4 pont)

**2. Feladat.** Mi a talpponti háromszög, és milyen szélsőérték-tulajdonsággal rendelkezik? (Bizonyítás nélkül).

(2 pont)

**3. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Egy vektor normája mindig pozitív definit, de az euklideszi szorzás nem feltétlenül
- (b) Az euklideszi szorzás mindkét változójában lineáris
- (c) Az euklideszi szorzásból tudunk normát definiálni.
- (d) A klasszikus euklideszi metrikát normából származtatjuk.

(4 pont)

**4. Feladat.** Adjuk meg az analitikus alakját az  $x = 1$  egyenesre történő tükrözésnek!

(6 pont)

**Euklideszi geometria – 5. röpdolgozat**

2011. május 2. hétfő (A csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis? (Az affin síkban.)

- (a) Az irányítástartó affinitások csoportot alkotnak.
- (b) Minden pozitív determinánsú affinitás irányítástartó.
- (c) Az affinitások közül csak az eltolásnak van fixpontja.
- (d) A negatív determinánsú affinitások csoportot alkotnak.

(4 pont)

**2. Feladat.** Ha  $A$  egy eltolás és  $B$  egy tükrözés, mi lesz a  $BAB^{-1}$  transzformáció? (Bizonyítás nélkül).

(3 pont)

**3. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Minden norma esetén teljesül a paralelogramma-azonosság.
- (b) Minden euklideszi szorzás pozitív definit.
- (c) Van olyan metrika, amely nem szimmetrikus.

(3 pont)

**4. Feladat.** Egy folyó partjai egy adott szakaszon párhuzamosnak tekinthetők. A két parton levő két település között hová kell az utat és a hidat építeni, hogy az építkezés költsége a legkisebb legyen?

(6 pont)

**Euklideszi geometria – 5. röpdolgozat**

2011. május 2. hétfő (B csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis? (Az affin síkban.)

- (a) Az irányításváltó affinitások csoportot alkotnak.
- (b) Minden irányítástartó affinitásnak pozitív a determinánsa.
- (c) Minden affinitásnak van fixpontja.
- (d) Az összes eltolások halmaza csoportot alkot.

(4 pont)

**2. Feladat.** Ha  $A$  egy tükrözés és  $B$  egy eltolás, mi lesz a  $BAB^{-1}$  transzformáció? (Bizonyítás nélkül).

(3 pont)

**3. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Ha egy normára teljesül a paralelogramma-azonosság, akkor az euklideszi norma.
- (b) Minden norma pozitív definit.
- (c) Van olyan metrika, amely nem szimmetrikus.

(3 pont)

**4. Feladat.** Egy hegyesszögű háromszög oldalain jelöljük ki egy-egy pontot úgy, hogy az így kapott háromszög kerülete a legkisebb legyen!

(6 pont)

### Euklideszi geometria – 6. röpdolgozat

2011. május 4. szerda (A csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Egy adott síkizometriát előállíthatunk páros számú és páratlan számú tükrözés szorzataként is.
- (b) Páros számú tükrözés szorzata irányítástartó izometria.
- (c) Páratlan számú centrális tükrözés szorzata centrális tükrözés.

(3 pont)

**2. Feladat.** Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges négyszög oldalfelező pontjai egy paralelogrammát határoznak meg!

(4 pont)

**3. Feladat.** Soroljuk fel a síkizometriák típusait! Adjuk meg azt is, hogy melyek az irányítástartó és melyek az irányításváltó izometriák!

(4 pont)

**4. Feladat.** Egy billiárdasztalon lévő fehér golyóval úgy kell eltalálni a pirosat, hogy sorra minden oldalt érintve a lehető legrövidebb utat tegye meg a golyó. Milyen irányban kell a golyót elindítani?

(5 pont)

### Euklideszi geometria – 6. röpdolgozat

2011. május 4. szerda (B csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis? (Az affin síkban.)

- (a) Páratlan számú tükrözés szorzata nem lehet egyenlő páros számú tükrözés szorzatával.
- (b) Páros számú tükrözés szorzata irányításváltó izometria.
- (c) Páros számú centrális tükrözés szorzata eltolás vagy identitás.

(3 pont)

**2. Feladat.** Adott a síkon négy pont. Szerkesszünk olyan négyszöget, amelynek ezek a pontok az oldalfelező pontjai!

(4 pont)

**3. Feladat.** Soroljuk fel a síkizometriák típusait! Adjuk meg azt is, hogy melyek a fixpontos és melyek a fixpontmentes izometriák!

(4 pont)

**4. Feladat.** Adjuk meg a tengelyes tükrözés szintetikus definícióját, és írjuk fel egy  $\langle X_O, \mathbf{n} \rangle$  egyenletű  $e$  egyenesre vonatkozó tükrözés analitikus formuláját!

(5 pont)

**Euklideszi geometria – 6. röpdolgozat**

2011. május 9. hétfő (A csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Bármely síkizometriát előállíthatunk páros számú számú tükrözés szorzataként.
- (b) Páratlan számú tükrözés szorzata irányítástartó izometria.
- (c) A párhuzamos eltolás definiálható két tükrözés szorzataként.

(3 pont)

**2. Feladat.** Adjuk meg (definícióval együtt) az irányításváltó izometriákat!

(4 pont)

**3. Feladat.** Adjuk meg egy  $x$ -tengellyel párhuzamos  $\alpha$  és egy  $y$ -tengellyel párhuzamos  $\beta$  nyírás mátrixát! Mi lesz a két nyírás szorzata?

(4 pont)

**4. Feladat.** Adott síkon az egymástól különböző  $O_1, O_2, \dots, O_n$  pont. Jelölje az ezekre történő centrális tükrözéseket rendre  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ . Van-e fixpontja e transzformációk szorzatának, ha  $n$  páros?

(5 pont)

**Euklideszi geometria – 6. röpdolgozat**

2011. május 9. hétfő (B csoport)

**1. Feladat.** Igaz, vagy hamis?

- (a) Bármely síkizometriát előállíthatunk páratlan számú számú tükrözés szorzataként.
- (b) Páratlan számú tükrözés szorzata irányításváltó izometria.
- (c) A forgatás definiálható két tükrözés szorzataként.

(3 pont)

**2. Feladat.** Adjuk meg, definícióval együtt, a (nem identikus) irányítástartó izometriákat!

(4 pont)

**3. Feladat.** Adjuk meg egy  $x$ -tengellyel párhuzamos  $\alpha$  és egy szintén az  $x$ -tengellyel párhuzamos, az előzőtől különböző  $\beta$  nyírás mátrixát! Mi lesz a két nyírás szorzata?

(4 pont)

**4. Feladat.** Adott síkon az egymástól különböző  $O_1, O_2, \dots, O_n$  pont. Jelölje az ezekre történő centrális tükrözéseket rendre  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ . Van-e fixpontja e transzformációk szorzatának, ha  $n$  páratlan?

(5 pont)