

Euklideszi geometria vizsgafeladat javaslat (2010)

1. Adott a síkon az O_a, O_b, O_c pont. Szerkesztendő az a háromszög, amelyre teljesül, hogy ezek pontok rendre az a, b, c oldalra kifelé emelt szabályos háromszögek középpontjai.
2. Az $O_1, O_2, \dots, O_n$ pontok a sík pontjai, n páratlan. Tükrözzük a sík egy tetszőleges A pontját az $O_1, O_2, \dots, O_n$ pontokra. Az első tükröképet jelölje A_1 , ennek (O_2 -re vonatkozó) képét A_2 , és így tovább. Az n -edik tükröképet, A_n -t, tükrözzük ismételtén ugyanígy az $O_1, O_2, \dots, O_n$ pontokra, aminek eredményeként az A_{2n} pontot kapjuk. Bizonyítsuk be, hogy $A_{2n} \equiv A$!
3. Adott két metsző egyenes és egy kör (a kör az egyenesek által meghatározott egyik szögtartomány belsejében). Szerkesztendő olyan kör, amely mindhármójukat érinti.
4. Adott egy ABC háromszög, az AB oldalán egy P ponttal. Szerkesztendő olyan XYZ háromszög, amelynek X , illetve Y csúcsa a BC , illetve CA oldalra illeszkedik, és amely hasonló egy adott LMN háromszöghöz.
5. Bizonyítsuk be, hogy a paralelepipedon testátlói (hosszának) négyzetösszege egyenlő az élek (hosszának) négyzetösszegével!
6. Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéderben két-két kitérő élpár merőleges élpárt képez, akkor a harmadik élpár is merőleges élpárt képez!
7. Komplanárisak-e az $5\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$, $2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, $4\mathbf{c} - 3\mathbf{b}$ vektorok, ha az $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ vektorok nem komplanárisak?
8. Vetítsük az

$$x - 2 = -\frac{y}{3} = z + 13$$

egyenest a $2x - 5y - 2z = 0$ síkra, és írjuk fel a vetület egyenletrendszerét!