

Név:.....

Azonosító szám:.....

Euklidészi geometria Vizsgalap A.

Az első, “elméleti” részben a teendő:

- a megadott elméleti terület definícióinak és tételeinek pontos kimondása az egymásra épülésük sorrendjében, és
- a *dőlt betűvel* kiemelt tétel bizonyítása.

A második, “gyakorlati” részben a teendő a feladatok megoldása.

Az értékelés a vizsgáztató szubjektív, de legjobb tudása szerinti döntés eredménye, de

- az elméleti vizsgatétel 50%-a, vagy
- a gyakorlati feladatok 33%-a

alatti teljesítés esetén a többitől függetlenül a vizsga eredménye elégtelen.

A munkához rendelkezésre álló idő 55 perc.

Elmélet:

(a1) Izometriák és egybevágóságok, *fixpont-tétel egy fixpont esetén*.

Gyakorlat:

- (a2) Az $\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ vektor merőleges a $7\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$ vektorra, az $\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ vektor pedig merőleges a $7\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ vektorra. Mekkora az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ vektorok hajlásszöge?
- (a3) Egy negatív körüljárású ABC háromszög A , B és C csúcsa körül rendre 2α , 2β , 2γ szögű pozitív irányú forgatást végzünk. Mi lesz e három forgatás szorzata?
- (a4) Írjunk az ABC háromszögbe olyan négyzetet, melynek két csúcsa az AB oldalra, további kettő csúcsából pedig egy-egy az AC és BC oldalakra esik!

Név:.....

Azonosító szám:.....

Euklidészi geometria Vizsgalap B.

Az első, “elméleti” részben a teendő:

- a megadott elméleti terület definícióinak és tételeinek pontos kimondása az egymásra épülésük sorrendjében, és
- a *dőlt betűvel* kiemelt tétel bizonyítása.

A második, “gyakorlati” részben a teendő a feladatok megoldása.

Az értékelés a vizsgáztató szubjektív, de legjobb tudása szerinti döntés eredménye, de

- az elméleti vizsgatétel 50%-a, vagy
- a gyakorlati feladatok 33%-a

alatti teljesítés esetén a többitől függetlenül a vizsga eredménye elégtelen.

A munkához rendelkezésre álló idő 55 perc.

Elmélet:

(b1) Homotéciák és hasonlóság, a *nem izometrikus homotéciák fixpontja*.

Gyakorlat:

- (b2) Az $2\mathbf{a} + 5\mathbf{b}$ vektor merőleges a $4\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ vektorra, az $\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ vektor pedig merőleges a $7\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ vektorra. Mekkora az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ vektorok hajlásszöge?
- (b3) Milyen egyszerűbb transzformációval helyettesíthető a $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ és $(0, 1)$ csúcsokkal megadott négyzet 4 oldal-egyenesére való tengelyes tükrözések szorzata, ha az y -tengelyre eső oldalával kezdve az óra járása szerinti sorrendben hajtjuk végre a tükrözéseket?
- (b4) Írjunk egy adott ABC háromszögbe olyan háromszöget, melynek oldalai rendre párhuzamosak az adott l_1 , l_2 és l_3 egyenesekkel!

Név:.....

Azonosító szám:.....

Euklidészi geometria Vizsgalap C.

Az első, “elméleti” részben a teendő:

- a megadott elméleti terület definícióinak és tételeinek pontos kimondása az egymásra épülésük sorrendjében, és
- a *dőlt betűvel* kiemelt tétel bizonyítása.

A második, “gyakorlati” részben a teendő a feladatok megoldása.

Az értékelés a vizsgáztató szubjektív, de legjobb tudása szerinti döntés eredménye, de

- az elméleti vizsgatétel 50%-a, vagy
- a gyakorlati feladatok 33%-a

alatti teljesítés esetén a többitől függetlenül a vizsga eredménye elégtelen.

A munkához rendelkezésre álló idő 55 perc.

Elmélet:

(c1) Kötött és szabad vektorok, a *szabad vektorok egyértelmű reprezentálásának tétele*.

Gyakorlat:

- (c2) Bontsuk fel a $(4, 0, -28)$ vektort a $(2, 1, -2)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges összetevőkre.
- (c3) Egy negatív körüljárású ABC háromszög a , b és c oldalaira sorban tükrözéseket végzünk, majd ezt még egyszer elvégezzük. Mi lesz ezen hat tükrözés szorzata?
- (c4) Szerkesszünk háromszöget, ha ismerjük egyik oldalát, az oldallal szemközti szögét és az oldal egyik végpontjából induló súlyvonalat.

Név:.....

Azonosító szám:.....

Euklidészi geometria Vizsgalap D.

Az első, “elméleti” részben a teendő:

- a megadott elméleti terület definícióinak és tételeinek pontos kimondása az egymásra épülésük sorrendjében, és
- a *dőlt betűvel* kiemelt tétel bizonyítása.

A második, “gyakorlati” részben a teendő a feladatok megoldása.

Az értékelés a vizsgáztató szubjektív, de legjobb tudása szerinti döntés eredménye, de

- az elméleti vizsgatétel 50%-a, vagy
- a gyakorlati feladatok 33%-a

alatti teljesítés esetén a többitől függetlenül a vizsga eredménye elégtelen.

A munkához rendelkezésre álló idő 55 perc.

Elmélet:

(d1) Kötött és szabad szögek, a *szabad szögek egyértelmű reprezentálásának tétele*.

Gyakorlat:

(d2) Bontsuk fel a $(18, 3, -18)$ vektort a $(1, 2, -1)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges összetevőkre.

(d3) Milyen egyszerűbb transzformációval helyettesíthető a $(0, 0)$, $(a, 0)$, (a, b) és $(0, b)$ csúcsokkal megadott téglalap 4 csúcsára való centrális tükrözések szorzata, ha az origóba eső csúcsával kezdve az óra járása szerinti sorrendben hajtjuk végre a tükrözéseket?

(d4) Egy ABC háromszög két oldalára kívülről az $ACPQ$ és az $BCRS$ négyzetet emeljük, melyek középpontja O_1 , illetve O_2 . Jelöljük az AB oldal felezőpontját F -fel. Bizonyítsuk be, hogy O_1O_2F háromszög egyenlő szárú derékszögű háromszög, melynek derékszögű csúcsa F .

Név:.....

Azonosító szám:.....

Euklidészi geometria Vizsgalap E.

Az első, “elméleti” részben a teendő:

- a megadott elméleti terület definícióinak és tételeinek pontos kimondása az egymásra épülésük sorrendjében, és
- a *dőlt betűvel* kiemelt tétel bizonyítása.

A második, “gyakorlati” részben a teendő a feladatok megoldása.

Az értékelés a vizsgáztató szubjektív, de legjobb tudása szerinti döntés eredménye, de

- az elméleti vizsgatétel 50%-a, vagy
- a gyakorlati feladatok 33%-a

alatti teljesítés esetén a többitől függetlenül a vizsga eredménye elégtelen.

A munkához rendelkezésre álló idő 55 perc.

Elmélet:

(e1) Forgások és csoportjaik, az *azonos középpontú forgások szorzásának kommutativitása*.

Gyakorlat:

- (e2) Igaz-e, hogy a $3\mathbf{b} + \mathbf{1c}$, $4\mathbf{a} + 5\mathbf{b} + 6\mathbf{c}$ és $-4\mathbf{a} + \mathbf{1b} - 4\mathbf{c}$ vektorokhoz akkor és csak akkor van rájuk egyszerre merőleges vektor, ha az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ vektorokhoz is van?
- (e3) Mutassuk meg, hogy egy négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha mindkét átlója két egyenlő területű háromszögre bontja.
- (e4) Adott a síkon az O_a , O_b , O_c pont. Szerkesztendő az a háromszög, amelyre teljesül, hogy ezek a pontok rendre az a , b , c oldalra kifelé emelt szabályos háromszögek középpontjai.

Név:.....

Azonosító szám:.....

Euklidészi geometria Vizsgalap F.

Az első, “elméleti” részben a teendő:

- a megadott elméleti terület definícióinak és tételeinek pontos kimondása az egymásra épülésük sorrendjében, és
- a *dőlt betűvel* kiemelt tétel bizonyítása.

A második, “gyakorlati” részben a teendő a feladatok megoldása.

Az értékelés a vizsgáztató szubjektív, de legjobb tudása szerinti döntés eredménye, de

- az elméleti vizsgatétel 50%-a, vagy
- a gyakorlati feladatok 33%-a

alatti teljesítés esetén a többitől függetlenül a vizsga eredménye elégtelen.

A munkához rendelkezésre álló idő 55 perc.

Elmélet:

(f1) Eltolások és csoportjaik, az *eltolások szorzásának kommutativitása*

Gyakorlat:

- (f2) Igaz-e, hogy az $5\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$, $2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, $4\mathbf{c} - 3\mathbf{b}$ vektorok akkor és csak akkor feszítenek ki egy paralelepipedont, ha az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ vektorok is?
- (f3) Bizonyítsuk be, hogy ha az $ABCD$ négyszögben az AC és BD átlók merőlegesek egymásra, akkor $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.
- (f4) Adott egy ABC háromszög, az AB oldalán egy P ponttal. Szerkesztendő olyan XYZ háromszög, amelynek X , illetve Y csúcsa a BC , illetve CA oldalra illeszkedik, és amely hasonló egy adott LMN háromszöghöz.

Euklidészi geometria

További gyakorló feladatok

- (Tf1) Milyen egyszerűbb transzformációval helyettesíthető egy négyzet 4 oldalegyenesére való tengelyes tükrözések szorzata (egymásutánja), ha az óra járása szerinti sorrendben hajtjuk végre a tükrözéseket?
- (Tf2) Bontsuk fel a $(7, 0, -28)$ vektort a $(2, 1, -2)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges összetevőkre.
- (Tf3) Tekintsük az $A_1A_2A_3$ és $B_1B_2B_3$ szabályos háromszögeket. Mutassuk meg, hogy az A_iB_i szakaszok F_i felezőpontjaiból alkotott $F_1F_2F_3$ háromszög is szabályos.
- (Tf4) Ismerjük egy ABC háromszög oldalaira kifelé rajzolt ABC_1, BCA_1, CAB_1 szabályos háromszögek A_1, B_1, C_1 csúcsát. Szerkesszük meg az ABC háromszöget!
- (Tf5) Egy ABC háromszög két oldalára kívülről az $ACPQ$ és az $BCRS$ négyzetet emeljük, melyek középpontja O_1 , illetve O_2 . Jelöljük az AB oldal felezőpontját F -fel. Bizonyítsuk be, hogy O_1O_2F háromszög egyenlő szárú derékszögű háromszög, melynek derékszögű csúcsa F .
- (Tf6) Adott két nem párhuzamos egyenes, e és f továbbá egy P pont ($P \notin e, f$). Szerkesszünk olyan kört, amely érinti az egyeneseket és átmegy a P ponton!
- (Tf7) Írjunk egy adott ABC háromszögbe olyan háromszöget, melynek oldalai adott l_1, l_2 és l_3 egyenessel párhuzamosak!
- (Tf8) Egy negatív körüljárású ABC háromszög A, B, C csúcsa körül rendre $2\alpha, 2\beta, 2\gamma$ szögű pozitív irányú forgatást végzünk. Mi lesz e három forgatás szorzata?
- (Tf9) Adott a térben az O ponton átmenő páronként egymásra merőleges a, b, c egyenes. Az ezekre az egyenesekre vonatkozó tükrözéseket jelölje $\varrho_a, \varrho_b, \varrho_c$. Milyen transzformáció a $\varrho_a\varrho_b\varrho_c$ szorzat?
- (Tf10) Igazoljuk, hogy egy ABC szabályos háromszög köré írt k_0 körrel koncentrikus k kör tetszőleges P pontjára $PA^2 + PB^2 + PC^2 = \text{állandó}$.
- (Tf11) Egy $ABCD$ tetraéderben az AB és CD él merőleges egymásra. Ugyancsak merőleges egymásra az AC és BD él. Bizonyítsuk be, hogy az AD és BC él szintén merőleges egymásra!
- (Tf12) A $4\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c}$, $-\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 4\mathbf{c}$ vektorok által kifeszített paralelepipedon V' térfogata hányszorosa az $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ vektorok által kifeszített paralelepipedon térfogatának?
- (Tf13) Egy tetraéder négy oldallapjának súlypontjai: $(1, 2, 1), (2, 3, 4), (3, 1, 2), (4, -1, 3)$. Határozzuk meg a tetraéder csúcspontjait!

- (Tf14) Számítsuk ki a $2x - 2y + z - 3 = 0$ és $6x + 2y - 3z - 5 = 0$ síkok alkotta szögeket felező síkok egyenleteit!
- (Tf15) Tükrözzük az $S : x + y - 3z = 0$ síkot a $P(6, 2, 1)$ pontra és írjuk fel az S' tükörkép egyenletét!
- (Tf16) Számítsuk ki az $8x + 19y - 4z + 21 = 0$ és $8x + 19y - 4z - 21 = 0$ párhuzamos síkok távolságát!
- (Tf17) Számítsuk ki a koordinátasíkok és a $3x + 6y + 2z - 18 = 0$ sík által határolt tetraéder origón átmenő magasságának hosszát!
- (Tf18) Egy konvex négyszögben keressük meg azt a pontot, melyre az oldalfelező pontoktól mért távolságok összege minimális.
- (Tf19) Szerkesszünk háromszöget a három magasságából!
- (Tf20) Számítsuk ki annak a tetraédernek a térfogatát, amelyet a koordinátasíkok és a $3x + 6y + 2z - 18 = 0$ sík határol!
- (Tf21) Bizonyítsuk be, hogy ha az $ABCD$ négyszögben az AC és BD átlók merőlegesek egymásra, akkor $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.
- (Tf22) Mekkora a koordinátaikkal megadott $\mathbf{a}(3, 4, 2)$, $\mathbf{b}(3, 1, 2)$ és $\mathbf{c}(2, 3, 1)$ helyvektorok által kifeszített tetraédernek az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ helyvektorok síkjára merőleges magassága?
- (Tf23) Az $\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ vektor merőleges a $7\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$ vektorra, az $\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ vektor pedig merőleges a $7\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ vektorra. Mekkora az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ vektorok hajlásszöge?
- (Tf24) Számítsuk ki annak a tetraédernek a térfogatát, amelyet a koordinátasíkok és a $3x + 6y + 2z - 18 = 0$ sík határol!
- (Tf25) Szerkesszünk háromszöget a három magasságából!
- (Tf26) Egy konvex négyszögben keressük meg azt a pontot, melyre az oldalfelező pontoktól mért távolságok összege minimális.
- (Tf27) Bizonyítsuk be, hogy ha az $ABCD$ négyszögben az AC és BD átlók merőlegesek egymásra, akkor $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.
- (Tf28) Mutassuk meg, hogy egy négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha mindkét átlója két egyenlő területű háromszögre bontja.
- (Tf29) Mekkora a koordinátaikkal megadott $\mathbf{a}(3, 4, 2)$, $\mathbf{b}(3, 1, 2)$ és $\mathbf{c}(2, 3, 1)$ helyvektorok által kifeszített tetraédernek az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ helyvektorok síkjára merőleges magassága?
- (Tf30) Szerkesszünk háromszöget, ha ismerjük egyik oldalát, az oldallal szemközti szögét és az oldal egyik végpontjából induló súlyvonalat.
- (Tf31) Egy konvex négyszögben keressük meg azt a pontot, melyre a csúcsoktól mért távolságok összege minimális.
- (Tf32) Számítsuk ki az $8x + 19y - 4z + 21 = 0$ és $8x + 19y - 4z - 21 = 0$ párhuzamos síkok távolságát!

- (Tf33) Számítsuk ki a koordinátasíkok és a $3x + 6y + 2z - 18 = 0$ sík által határolt tetraéder origón átmenő magasságának hosszát!
- (Tf34) Az ABC szabályos háromszög AC oldalának CE meghosszabbítására felrajzoljuk a CDE szabályos háromszöget, majd az AD szakasz felezőpontját M -el, a BE szakasz felezőpontját pedig P -vel jelöljük. Igazoljuk, hogy a CMP egy szabályos háromszög!
- (Tf35) Írjuk fel a koordinátáikkal adott $A(0, 1, 2)$, $B(5, 3, 1)$, $C(4, 3, 6)$ és $D(8, -7, 0)$ csúcspontok által meghatározott tetraéder AB élét tartalmazó és a CD élével párhuzamos sík egyenletét!
- (Tf36) Írjunk az ABC háromszögbe olyan négyzetet, melynek két csúcsa az AB oldalra, további kettő csúcsából pedig egy-egy az AC és BC oldalakra esik!
- (Tf37) Az $\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ vektor merőleges a $7\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$ vektorra, az $\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ vektor pedig merőleges a $7\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ vektorra. Mekkora az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ vektorok hajlásszöge?
- (Tf38) Milyen egyszerűbb transzformációval helyettesíthető a $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ és $(0, 1)$ csúcsokkal megadott négyzet 4 oldal-egyenésére való tengelyes tükrözések szorzata, ha az y -tengelyre eső oldalával kezdve az óra járása szerinti sorrendben hajtjuk végre a tükrözéseket?
- (Tf39) Az ABC szabályos háromszög AC oldalának CE meghosszabbítására felrajzoljuk a CDE szabályos háromszöget úgy, hogy D és B az AC egyenesnek ugyanazon oldalára esik. Jelölje az AD szakasz felezőpontját P , a BE szakasz felezőpontját pedig Q . Igazoljuk, hogy a CPQ háromszög szabályos!
- (Tf40) Az $2\mathbf{a} + 5\mathbf{b}$ vektor merőleges a $4\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ vektorra, az $\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ vektor pedig merőleges a $7\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ vektorra. Mekkora az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ vektorok hajlásszöge?
- (Tf41) Egy negatív körüljárású ABC háromszög A , B és C csúcsa körül rendre 2α , 2β , 2γ szögű pozitív irányú forgatást végzünk. Mi lesz e három forgatás szorzata?
- (Tf42) Szerkesszünk háromszöget, ha ismerjük egyik oldalát, az oldallal szemközti szögét és az oldal egyik végpontjából induló súlyvonalat.
- (Tf43) Bontsuk fel a $(4, 0, -28)$ vektort a $(2, 1, -2)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges összetevőkre.
- (Tf44) Egy negatív körüljárású ABC háromszög a , b és c oldalaira sorban tükrözéseket végzünk, majd ezt még egyszer elvégezzük. Mi lesz ezen hat tükrözés szorzata?
- (Tf45) Írjunk egy adott ABC háromszögbe olyan háromszöget, melynek oldalai rendre párhuzamosak az adott l_1 , l_2 és l_3 egyenesekkel!
- (Tf46) Bontsuk fel a $(18, 3, -18)$ vektort a $(1, 2, -1)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges összetevőkre.
- (Tf47) Milyen egyszerűbb transzformációval helyettesíthető a $(0, 0)$, $(a, 0)$, (a, b) és $(0, b)$ csúcsokkal megadott téglalap 4 csúcsára való centrális tükrözések szorzata, ha az origóba eső csúcsával kezdve az óra járása szerinti sorrendben hajtjuk végre a tükrözéseket?

- (Tf48) Írjunk az ABC háromszögbe olyan négyzetet, melynek két csúcsa az AB oldalra, további kettő csúcsából pedig egy-egy az AC és BC oldalakra esik!
- (Tf49) Számítsuk ki a $(-3, 0, 2)$ pontnak az $4x + 3y - 12z + 6 = 0$ egyenletű síktól mért távolságát!
- (Tf50) Számítsuk ki az $\frac{x-2}{3} = y + 1 = \frac{z-3}{3}$ és $\frac{x-1}{2} = -y - 2 = \frac{z+4}{3}$ (nempárhuzamos) egyenesek távolságát!
- (Tf51) Írjuk fel az $A = (1, 1, 0)$, $B = (4, -1, 0)$ és $C = (1, 1, 1)$ pontokon áthaladó sík egyenletét!
- (Tf52) Adjuk meg azt a φ koordináta-transzformációt a síkon, ami a $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ pontokat rendre az $(1, 2)$, $(3, 3)$, $(0, 4)$ pontokba viszi!
- (Tf53) Az inverzió alapköre $x^2 + y^2 = 5$. Írjuk fel az $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ alakzat inverzének egyenletét.
- (Tf54) Bizonyítsuk be a következő azonosságot.

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{d})) = \langle \vec{b}, \vec{d} \rangle (\vec{a} \times \vec{c}) - \langle \vec{b}, \vec{c} \rangle (\vec{a} \times \vec{d}).$$

- (Tf55) Adott a síkon az O_a, O_b, O_c pont. Szerkesztendő az a háromszög, amelyre teljesül, hogy ezek a pontok rendre az a, b, c oldalra kifelé emelt szabályos háromszögek középpontjai.
- (Tf56) Az $O_1, O_2, \dots, O_n$ pontok a sík pontjai, n páratlan. Tükrözzük a sík egy tetszőleges A pontját az $O_1, O_2, \dots, O_n$ pontokra. Az első tükröképet jelölje A_1 , ennek (O_2 -re vonatkozó) képét A_2 , és így tovább. Az n -edik tükröképet, A_n -t, tükrözzük ismételten ugyanígy az $O_1, O_2, \dots, O_n$ pontokra, aminek eredményeként az A_{2n} pontot kapjuk. Bizonyítsuk be, hogy $A_{2n} \equiv A$!
- (Tf57) Adott két metsző egyenes és az általuk meghatározott egyik síknegyedben egy kör. Szerkesztendő olyan kör, amely mindhármójukat érinti és nem tartalmazza a kört.
- (Tf58) Adott egy ABC háromszög, az AB oldalán egy P ponttal. Szerkesztendő olyan XYZ háromszög, amelynek X , illetve Y csúcsa a BC , illetve CA oldalra illeszkedik, és amely hasonló egy adott LMN háromszöghöz.
- (Tf59) Bizonyítsuk be, hogy a paralelepipedon testátlói (hosszának) négyzetösszege egyenlő az élek (hosszának) négyzetösszegével!
- (Tf60) Bizonyítsuk be, hogy ha egy tetraéderben két-két kitérő élpár merőleges élpárt képez, akkor a harmadik élpár is merőleges élpárt képez!
- (Tf61) Igaz-e, hogy az $5\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$, $2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$, $4\mathbf{c} - 3\mathbf{b}$ vektorok akkor és csak akkor feszítenek ki egy paralelepipedont, ha az $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ vektorok is?
- (Tf62) Vetítsük az $x - 2 = -\frac{y}{3} = z + 13$ egyenletű egyenest a $2x - 5y - 2z = 0$ síkra, és írjuk fel a vetület egyenletrendszerét!

- (Tf63) Adott egy $ABCD$ tetraéder, és az ABC háromszög S súlypontja. Az $E \in \overline{SD}$ pontra illeszkedő, az ABC háromszög síkjával párhuzamos sík rendre olyan $A'B'C'$ pontokban metszi az AD , BD és CD szakaszokat, hogy az $A'B'C'$ háromszög területe éppen az ABC háromszög területének fele. Milyen arányban osztja az E pont az $\overline{SD}$ szakaszt?
- (Tf64) Számítsuk ki a $2x - y - 2z + 3 = 0$ és a $2x - 3y + 6z - 5 = 0$ síkok alkotta térszögeket felező síkok egyenletét!
- (Tf65) Írjuk fel a koordinátáikkal adott $A(0, 1, 2)$, $B(5, 3, 1)$, $C(4, 3, 6)$ és $D(8, -7, 0)$ csúcspontok által meghatározott tetraéder AB élét tartalmazó és a CD élével párhuzamos sík egyenletét!
- (Tf66) Az ABC szabályos háromszög AC oldalának CE meghosszabbítására felrajzoljuk a CDE szabályos háromszöget úgy, hogy D és B az AC egyenesnek ugyanazon oldalára esik. Jelölje az AD szakasz felezőpontját P , a BE szakasz felezőpontját pedig Q . Igazoljuk, hogy a CPQ háromszög szabályos!
- (Tf67) Adott az AB szakasz és a vele párhuzamos a egyenes. Szerkesszük meg csak vonalzóval az AB szakasz felezőpontját! Indokoljuk a szerkesztést!
- (Tf68) Adott a térben egy közös egyenesre illeszkedő három sík. Milyen transzformáció az ezekre vonatkozó három affin tükrözés szorzata?
- (Tf69) Adott az AB átmérőjű k kör és egy sem a körre, sem pedig az AB egyenesre nem illeszkedő C pont. Szerkesszük meg csak vonalzóval a C ponton átmenő, AB egyenesre merőleges egyenest! Indokoljuk a szerkesztést!
- (Tf70) Mekkora szög alatt látszik az AB szakasz a C pontból, ha $A(1, 2, 4)$, $B(3, 3, 7)$ és $C(-1, 6, 2)$?
- (Tf71) Az $a(6, 4, -3)$, $b(1, 6, -2)$ és c vektorok egy kockát feszítenek ki. Határozza meg a c vektor koordinátáit!
- (Tf72) Egy háromszög két csúcsa a térben $A(0, 1, 0)$ és $B(1, 2, 3)$. Mik a harmadik, C csúcs koordinátái, ha a háromszög súlypontja $S(0, 0, 0)$?

Euklidészi geometria

További elméleti kérdések

- (Te1) Helyvektorok és koordinátázás, az *egyeneselek egyenlete*.
- (Te2) Izometriák és egybevágóságok, *fixpont-tétel egy fixpont esetén*.
- (Te3) Homotéciák és hasonlóság, a *nem izometrikus homotéciák fixpontja*.
- (Te4) Forgások és csoportjaik, az *azonos középpontú forgások szorzásának kommutativitása*.
- (Te5) Eltolások és csoportjaik, az *eltolások szorzásának kommutativitása*.
- (Te6) Affin tér axiómái, a *térbeli affin sík Desargues-típusú*.
- (Te7) Terület- és térfogat, *Bolyai Farkas tétele*.
- (Te8) Inverzió, *inverzió szögtartása*.
- (Te9) Affin sík axiómái, *nyitott könyv tétele Desargues-síkon*.
- (Te10) Kötött és szabad vektorok, a *szabad vektorok egyértelmű reprezentálásának tétele*.
- (Te11) Kötött és szabad szögek, a *szabad szögek egyértelmű reprezentálásának tétele*.