

Euklidészi geometria

Vizsgalap A.

Az első, "elméleti" vizsgatétel esetében:

- a válasz a definíciók és a tételek pontos kimondása az egymásra épülési rendjük szerinti sorban;
- bizonyítás csak a vizsgatételben konkrétan megadott tétel esetében kell, a tételnek a kért sorrendiség szerinti kimondásakor.

Az értékelés a vizsgáztató szubjektív, de legjobb tudása szerinti döntés eredménye, de

- az elméleti vizsgatétel 60%,
- a gyakorlati feladatok 40%

alatti teljesítése esetén a többitől függetlenül a vizsga eredménye elégtelen.

Feladatok:

- (a1) Helyvektorok és koordinátázás, az *egyeneselek egyenlete*.
- (a2) Az $\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ vektor merőleges a $7\mathbf{a} - 5\mathbf{b}$ vektorra, az $\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$ vektor pedig merőleges a $7\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$ vektorra. Mekkora az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ vektorok hajlásszöge?
- (a3) Számítsuk ki annak a tetraédernek a térfogatát, amelyet a koordinátasíkok és a $3x + 6y + 2z - 18 = 0$ sík határol!
- (a4) Szerkesszünk háromszöget a három magasságából!
- (a5) Egy konvex négyszögben keressük meg azt a pontot, melyre az oldalfelező pontoktól mért távolságok összege minimális.

Euklidészi geometria

Vizsgalap B.

Az első, "elméleti" vizsgatétel esetében:

- a válasz a definíciók és a tételek pontos kimondása az egymásra épülési rendjük szerinti sorban;
- bizonyítás csak a vizsgatételben konkrétan megadott tétel esetében kell, a tételnek a kért sorrendiség szerinti kimondásakor.

Az értékelés a vizsgáztató szubjektív, de legjobb tudása szerinti döntés eredménye, de

- az elméleti vizsgatétel 60%,
- a gyakorlati feladatok 40%

alatti teljesítése esetén a többitől függetlenül a vizsga eredménye elégtelen.

Feladatok:

- (b1) Homotéciák és hasonlóság, a *nem izometrikus homotéciák fixpontja*.
- (b2) Bizonyítsuk be, hogy ha az $ABCD$ négyszögben az AC és BD átlók merőlegesek egymásra, akkor $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.
- (b3) Mekkora a koordinátaikkal megadott $\mathbf{a}(3, 4, 2)$, $\mathbf{b}(3, 1, 2)$ és $\mathbf{c}(2, 3, 1)$ helyvektorok által kifeszített tetraédernek az $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ helyvektorok síkjára merőleges magassága?
- (b4) Szerkesszünk háromszöget, ha ismerjük egyik oldalát, az oldallal szemközti szögét és az oldal egyik végpontjából induló súlyvonalat.
- (b5) Egy konvex négyszögben keressük meg azt a pontot, melyre a csúcsoktól mért távolságok összege minimális.

Euklidészi geometria Vizsgalap C.

Az első, "elméleti" vizsgatétel esetében:

- a válasz a definíciók és a tételek pontos kimondása az egymásra épülési rendjük szerinti sorban;
- bizonyítás csak a vizsgatételben konkrétan megadott tétel esetében kell, a tételnek a kért sorrendiség szerinti kimondásakor.

Az értékelés a vizsgáztató szubjektív, de legjobb tudása szerinti döntés eredménye, de

- az elméleti vizsgatétel 60%,
- a gyakorlati feladatok 40%

alatti teljesítése esetén a többitől függetlenül a vizsga eredménye elégtelen.

Feladatok:

- (c1) Forgások és csoportjaik, az *azonos középpontú forgások szorzásának kommutativitása*.
- (c2) Számítsuk ki az $8x + 19y - 4z + 21 = 0$ és $8x + 19y - 4z - 21 = 0$ párhuzamos síkok távolságát!
- (c3) Számítsuk ki a koordinátasíkok és a $3x + 6y + 2z - 18 = 0$ sík által határolt tetraéder origón átmenő magasságának hosszát!
- (c4) Az ABC szabályos háromszög AC oldalának CE meghosszabbítására felrajzoljuk a CDE szabályos háromszöget, majd az AD szakasz felezőpontját M -el, a BE szakasz felezőpontját pedig P -vel jelöljük. Igazoljuk, hogy a CMP egy szabályos háromszög!
- (c5) Mutassuk meg, hogy egy négyszög akkor és csak akkor paralelogramma, ha mindkét átlója két egyenlő területű háromszögre bontja.

Euklidészi geometria

Vizsgalap D.

Az első, "elméleti" vizsgatétel esetében:

- a válasz a definíciók és a tételek pontos kimondása az egymásra épülési rendjük szerinti sorban;
- bizonyítás csak a vizsgatételben konkrétan megadott tétel esetében kell, a tételnek a kért sorrendiség szerinti kimondásakor.

Az értékelés a vizsgáztató szubjektív, de legjobb tudása szerinti döntés eredménye, de

- az elméleti vizsgatétel 60%,
- a gyakorlati feladatok 40%

alatti teljesítése esetén a többitől függetlenül a vizsga eredménye elégtelen.

Feladatok:

- (d1) Euklidészi sík izometriáinak osztályozása, *fixpont-tétel két fixpont esetén*.
- (d2) Számítsuk ki a $2x - y - 2z + 3 = 0$ és a $2x - 3y + 6z - 5 = 0$ síkok alkotta térszögeket felező síkok egyenletét!
- (d3) Írjuk fel a koordinátáikkal adott $A(0, 1, 2)$, $B(5, 3, 1)$, $C(4, 3, 6)$ és $D(8, -7, 0)$ csúcspontok által meghatározott tetraéder AB élét tartalmazó és a CD élével párhuzamos sík egyenletét!
- (d4) Írjunk az ABC háromszögbe olyan négyzetet, melynek két csúcsa az AB oldalra, további kettő csúcsából pedig egy-egy az AC és BC oldalakra esik!
- (d5) Adott egy $ABCD$ tetraéder, és az ABC háromszög S súlypontja. Az $E \in \overline{SD}$ pontra illeszkedő, az ABC háromszög síkjával párhuzamos sík rendre olyan $A'B'C'$ pontokban metszi az AD , BD és CD szakaszokat, hogy az $A'B'C'$ háromszög területe éppen az ABC háromszög területének fele. Milyen arányban osztja az E pont az $\overline{SD}$ szakaszt?