

Tartalomjegyzék

Előszó	1
I. Elemi függvénytan	3
1. Komplex számok és számsorozatok.....	3
2. Riemann-féle számgömb. Sztereografikus vetítés.....	6
3. Lineáris függvények.....	9
4. A Bolyai–Lobacsevszkij-féle (nem-euklidesi) sík Poincaré-féle modellje.....	18
5. Ponthalmazok, tartomány.....	22
6. Komplex változós függvény folytonossága és differenciálhatósága.....	24
7. Cauchy–Riemann-féle differenciálegyenletek, Laplace-féle differenciálegyenlet.....	26
8. Holomorf függvény által létesített leképezés.....	28
9. Hatványsor konvergenciaköre.....	29
10. Hatványsor összegfüggvényének tulajdonságai.....	33
11. Az exponenciális és a trigonometrikus függvények és inverzeik... ..	36
12. Riemann-felületek.....	41
II. Integráltételek	43
1. A görbementi integrál fogalma.....	43
2. Cauchy-féle integráltétel.....	47
3. A Cauchy-féle integráltétel egyszerű következményei és kiterjesztései.....	53
4. Az integrál mint a felső határ függvénye, primitív függvény.....	56
5. Cauchy-féle integrálformula.....	61
III. Az integrálformula első fontos következményei	64
1. Holomorf függvény Taylor-sorba fejthető, integrálformulák a differenciálhányadosokra.....	64
2. Holomorf függvény zéróhelyei.....	67
3. Cauchy-féle egyenlőtlenségek, Liouville tétele, az algebra alaptétele.....	68
4. A maximum-tétel.....	71
5. Hadamard háromkör-tétele.....	72

6. A maximum-tétel egyéb következményei.....	75
7. Morera tétele.....	78
8. Holomorf függvények egyenletesen konvergens sorozatai.....	80
IV. Laurent-sor, szinguláris helyek, Rouché tétele.....	83
1. Laurent-sor.....	83
2. A Taylor- és Laurent-félékkel rokon típusú sorfejtések.....	86
3. Az izolált szinguláris helyek osztályozása.....	89
4. A függvény főrésze, parciális törtekre bontás, meromorf függvények.....	92
5. A függvény viselkedése a végtelen távoli pontban.....	93
6. Reziduuum-tétel.....	95
7. A logaritmikus differenciálhányados, zéróhelyek és pólusok száma.....	97
8. Rouché tétele.....	100
9. Holomorf függvény inverze.....	103
V. A reziduumszámítás alkalmazásai határozott integrálok kiszámítására .	109
1. $I = \int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$, $J = \int_0^\infty \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$	110
2. Fresnel-féle integrálok: $\int_0^\infty \cos x^2 dx$ és $\int_0^\infty \sin x^2 dx$	113
3. $\int_{-\infty}^\infty \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ és $\int_0^\infty \frac{P(x)}{Q(x)} dx$	116
4. Integrálok exponenciális függvényekkel.....	123
5. Néhány további feladat.....	126
VI. Parciális törtek összegére és gyöktényezők szorzatára való felbontások	127
1. A $\cotg \pi z$ függvény felbontása parciális törtek összegére.....	127
2. Mittag-Leffler tétele meromorf függvények parciális törtekre bontásáról.....	131
3. Alkalmazás a $\cotg \pi z$ függvény esetére.....	134
4. Egész függvények szorzatelőállításá véges sok zéróhely esetén.....	136
5. Egész függvények szorzatelőállításá végtelen sok zéróhely esetén: Weierstrass tétele.....	138
6. Gamma-függvény.....	145
7. A Weierstrass-féle szigma- és pé-függvény.....	152
8. Elliptikus függvényekre vonatkozó egyszerű tételek.....	157
VII. Konformis leképezések.....	163
1. Egyrétű függvények.....	163
2. Schwarz-féle lemma és egyszerű következményei.....	164
3. Holomorf függvények korlátos sorozatainak egyenletes konvergenciájára vonatkozó tétel.....	167
4. Vitali–Montel-féle kiválasztási tétel.....	169
5. A konformis ábrázolás alaptétele, visszavezetés korlátos tartomány esetére.....	171

6. Bizonyítás korlátos tartomány esetében	173
Irodalomjegyzék	177
Függelék	179
1. Valós számok	179
2. Komplex számok	183
3. Görbék	190
4. Riemann–Stieltjes integrál	197
5. Görbe menti integrál	205
6. Kontúrok	209
7. Az integrálról szóló fő tételek általános alakja	222
8. Egyszeresen összefüggő tartományok	231
Irodalomjegyzék a függelékhez	243