

Tartalom

Előszó	i
Tartalom	iii
1. Összeszámlálási alapfeladatok	1
1.1. Összeszámlálási alapfeladatok	1
1.1.1. Faktoriális	1
1.1.2. Ismétlés nélküli permutáció	2
1.1.3. Ismétléses permutáció	2
1.1.4. Ismétlés nélküli variáció	3
1.1.5. Ismétléses variáció	4
1.1.6. Binomiális együtthatók	5
1.1.7. Ismétlés nélküli kombináció	5
1.1.8. Ismétléses kombináció	6
1.2. Binomiális tétel	7
1.3. Permutációk	7
1.4. Feladatok	10
2. Komplex számok	13
2.1. Komplex számok	13
2.2. Műveletek komplex számokkal	14
2.2.1. Összeadás, kivonás	14
2.2.2. Szorzás, osztás	15
2.3. Komplex számok trigonometrikus alakja	16
2.3.1. Komplex számsík	16
2.3.2. Trigonometrikus alak	17
2.4. Komplex számok n-edik gyöke	19
2.5. A valós és a komplex számtest	20
2.6. Az algebra alaptétele	21
2.7. Feladatok	21
3. Vektorok 3D-ben	25
3.1. Az irányított szakaszok 3-dimenziós vektortere	25
3.1.1. Vektorok összeadása	27
3.1.2. Vektorok skalárral való szorzása	29
3.2. Vektor koordinátái	30
3.3. Skalárszorzat	32

3.4.	Vektori szorzat, vegyes szorzat, azonosságok	35
3.5.	A 3D-vektortér és a számhármások terének izomorfája	39
3.6.	Feladatok	40
4.	Determinánsok	43
4.1.	Négyzetes mátrixok és determinánssuk	43
4.2.	A determináns elemi tulajdonságai	47
4.3.	Kifejtés	49
4.4.	A determinánsok szorzástétele	52
4.5.	Alkalmazások	53
4.5.1.	Az egyenes egyenlete	53
4.5.2.	A paralelogramma és a háromszög területe	54
4.5.3.	A paralelepipedon és a tetraéder térfogata	55
4.5.4.	A kör egyenlete	55
4.6.	Feladatok	56
5.	Mátrixok	61
5.1.	Mátrixok	61
5.2.	Műveletek mátrixokkal	63
5.2.1.	Összeadás, skalárral való szorzás	63
5.2.2.	Szorzás	63
5.2.3.	Transzponálás, konjugálás, adjungálás	66
5.3.	Mátrix nyoma	67
5.4.	Mátrixok inverze	68
5.5.	Mátrix rangja	71
5.6.	Alkalmazások	71
5.6.1.	Erőkonstans mátrix	71
5.6.2.	Séták gráfokban	73
5.6.3.	Titkosírás mátrixokkal	74
5.7.	Feladatok	76
6.	Vektorterek	79
6.1.	Vektortér	79
6.2.	Altér	84
6.3.	Generálás	85
6.4.	Lineáris függetlenség	87
6.5.	Vektorrendszerek elemi átalakításai	89
6.6.	Bázis, dimenzió, koordináták	91
6.6.1.	Bázis	91
6.6.2.	Dimenzió	92
6.6.3.	Koordináták	93
6.7.	Alkalmazások	94
6.7.1.	Vandermonde-mátrixok	94
6.7.2.	Kristályok	95

6.8. Feladatok	96
7. Lineáris egyenletrendszerek	101
7.1. Lineáris egyenletrendszerek	101
7.2. Gauss-elimináció	105
7.3. Cramer-szabály	110
7.4. Homogén lineáris egyenletrendszerek	111
7.5. Lineáris függetlenség \mathbb{F}^m -ben	111
7.6. Gauss–Jordan-elimináció	113
7.7. Alkalmazások	115
7.7.1. Dimenzióanalízis	115
7.7.2. Legkisebb négyzetek módszere	116
7.7.3. Wronski-determináns	117
7.8. Feladatok	118
8. Lineáris leképezések, lineáris transzformációk	121
8.1. Lineáris leképezés	121
8.2. Műveletek lineáris leképezésekkel	124
8.2.1. Lineáris leképezések összege	124
8.2.2. Lineáris leképezés skalárszorosa	124
8.2.3. Lineáris leképezések szorzata	125
8.3. Lineáris leképezések mátrixa, összegük és szorzatuk mátrixa	126
8.4. Lineáris leképezések mátrixa különböző bázisokban	128
8.5. Hasonló mátrixok	128
8.6. Alkalmazások	130
8.6.1. Diagonálisan domináns mátrixok	130
8.6.2. Elemi vetítő transzformációk	131
8.6.3. Elemi tükröző transzformációk	133
8.6.4. Forgatások \mathbb{R}^3 -ben	134
8.7. Feladatok	137
9. Sajátérték, sajátvektor	139
9.1. Sajátérték, sajátvektor, sajátbázis	139
9.2. Karakterisztikus polinom, minimálpolinom	141
9.2.1. Karakterisztikus polinom	141
9.2.2. Minimálpolinom	144
9.3. Invariáns alterek	147
9.4. Jordan-féle normálalak	147
9.5. Alkalmazások	149
9.5.1. Fibonacci-sorozat	149
9.5.2. Sajátarcok	150
9.6. Feladatok	152

10. Lineáris funkcionálok, duális tér	155
10.1. Lineáris funkcionálok	155
10.2. Duális tér	157
10.3. Feladatok	158
11. Bilineáris funkcionálok, ortogonalizálás	161
11.1. Valós bilineáris funkcionálok	161
11.2. Ortogonalizálás	162
11.2.1. Gram–Schmidt ortogonalizációs eljárás	163
11.3. Kvadratikus alak	167
11.4. Komplex bilineáris funkcionálok	169
11.5. Alkalmazások	170
11.5.1. Tehetetlenségi nyomaték	170
11.6. Feladatok	171
12. Euklidészi terek	173
12.1. Valós euklidészi tér	173
12.2. Hossz, távolság, szög	174
12.3. Komplex euklidészi tér	176
12.4. Transzformáció adjungáltja	177
12.5. Normális, önadjungált és unitér transzformációk	178
12.6. Szimmetrikus és ortogonális transzformációk	179
12.6.1. Sajátbázis	179
12.6.2. Projekciók, spektráltétel	182
12.7. Feladatok	183
F. Függelék	185
F.1. A \sum és \prod jelek, összegzési konvenciók	185
F.2. Kronecker-delta	186
F.3. Levi-Civita-szimbólum	187
F.4. A determinánsok kifejtési tétele	187
Név- és tárgymutató	191
Irodalomjegyzék	195