Kombinatorika és gráfelmélet

Definíciók

1. Definiálja az összeszámlálási problémák három kombinatorikus alapelvét.
2. Definiálja a véges halmaz fogalmát.
3. Definiálja az $\{\binom{n}{k}\}_{n,k\in\mathbf{N}}$ számokat.
4. Definiálja egy véges halmaz elemeinek sorbarendezését.
5. Definiálja az $\{n!\}_{n\in\mathbf{N}}$ számokat.
6. Definiálja, mikor mondjuk, hogy $[n]$ két eleme inverzióban áll egy sorbaállításban.
7. Definiálja az $i(n,k)$ számokat.
8. Definiálja egy véges halmaz átrendezését, permutációját.
9. Definiálja egy permutáció egy ciklusát.
10. Definiálja a $c(n,k)$ számokat.
11. Definiálja a multihalmaz fogalmát.
12. Definiálja, mit értünk egy multihalmaz elemszámán és a multihalmazok köztük lévő tartalmazáson.
13. Definiálja az $\{\left(\!\binom{n}{k}\!\right)\}_{n,k\in\mathbf{N}}$ számokat.
14. Definiálja, mit értünk egy multihalmaz sorbaállításán.
15. Definiálja a Fibonacci-számokat.
16. Definiálja, mikor mondjuk, hogy egy sorozat teljesít egy lineáris rekurziót.
17. Definiálja, mikor mondjuk, hogy egy sorozatot lineáris rekurzióval definiáltunk.
18. Definiálja a Catalan-számokat.
19. Definiálja az egyszerű gráf és gráf fogalmát.
20. Definiálja, mit értünk egy csúcs fokszámán.
21. Definiálja a séta, vonal és út fogalmát.
22. Definiálja az Euler-vonal fogalmát.
23. Írja le a königsberg-i hidak problémáját.
24. Definiálja a Hamilton-kör fogalmát.
25. Definiálja, mit értünk egy gráf egy komponensén.
26. Definiálja az összefüggő gráf fogalmát.
27. Definiálja a fa fogalmát.
28. Definiálja, mit értünk egy gráf jó színezésén. Definiálja az ezzel a fogalommal kapcsolatos optimalizálási problémát.
29. Definiálja a páros gráf fogalmát.
30. Definiálja a síkgráf fogalmát.
31. Írja le a térképszínezési problémát.
32. Definiálja, mit értünk párosításon egy gráfban. Definiálja az ezzel a fogalommal kapcsolatos optimalizálási problémát.
33. Definiálja a klikk fogalmát. Definiálja az ezzel a fogalommal kapcsolatos optimalizálási problémát.
34. Definiálja a lefogó ponthalmaz fogalmát. Definiálja az ezzel a fogalommal kapcsolatos optimalizálási problémát.
35. Definiálja az n pontú k részes Turán-gráfot.
36. Definiálja a teljes gráf 2 színnel történő élszínezéséhez kapcsolható Ramsey-számokat.

Tételek, alkalmazások

37. Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak?
38. Mondja ki az $\{\binom{n}{k}\}_{n,k\in\mathbf{N}}$ számokra vonatkozó rekurziót.
39. Írja fel a binomiális tételt.
40. Hány sorbaállítása van egy n elemű halmaznak?
41. Írja fel az $i(n,k)$ számokra vonatkozó rekurziót.
42. Írja fel a $c(n,k)$ számokra vonatkozó rekurziót.
43. Írjon fel egy rekurziót a $\{\left(\!\binom{n}{k}\!\right)\}_{n,k\in\mathbf{N}}$ számokra.
44. Írja fel a Fibonacci-számok generátorfüggvényét.
45. Írja fel a Catalan-számok generátorfüggvényét.
46. Mondja ki a logikai szitaformulát.
47. Mit tudunk egy gráf fokszámainak összegéről?
48. Egy gráfban van záródó Euler-vonal. Mit tudunk a gráf fokairól mondani?
49. Egy gráfban minden csúcsnak legalább $|V|/2$ szomszédja van. Mit tudunk mondani a leghosszabb út hosszáról?
50. Adjon becslést a mohó színezési algoritmus által használt színek számára.
51. Mondja ki a Turán-tételt.
52. Mondja ki Ramsey tételét.
53. Írja az ön által ismert becsléseket az $R(k,\ell)$ Ramsey-számokra.

A megértést ellenőző kérdések, feladatok

54. Hány páros elemszámú részhalmaza van egy n elemű halmaznak?
55. Hány (nem szükségszerűen értelmes) anagrammája van a KOMBINATORIKA szónak?
56. Írjon fel és bizonyítson be egy a Fibonacci-számokra vonatkozó képletet.
57. Írja fel és bizonyítsa be a Catalan-számokra vonatkozó képletet.
58. Adjon egy példát, hogyan alkalmazható a logikai szita.
59. Mi a kapcsolat egy gráf ν és τ paramétere között? Indokolja állítását.
60. Jellemezze a páros gráfokat.
61. Írja fel fák valamelyik három definícióját. Kettő ekvivalenciáját igazolja is.
62. Írja le a mohó színezési algoritmust.
63. Mi a kapcsolat egy gráf ω és χ paramétere között?
64. Mutasson példát olyan gráfra, amelyben nincs háromszög, de kromatikus száma legalább 100.