Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematikai Emlékverseny XLVI. esztendő
2007-2008. tanév

10. évfolyam

II. forduló

1. Az 14, 144, 1444, 14444 ... sorozatban hány négyzetszám van?

2. Mutassuk meg, hogy a következő összeg kisebb, mint 1!

$$\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+...+\frac{2005}{2006!}+\frac{2006}{2007!}$$

3. Hány különböző módon lehet egy szabályos tetraéder lapjait befesteni, ha ehhez egy, két, három vagy négy színt használhatunk a szivárvány színei (vörös, narancssárga, sárga, zöld, világoskék, sötétkék, ibolya) közül? (Egy lapot csak egyetlen színnel lehet befesteni, és minden lapot be kell festeni. Két színezést akkor tekintünk különbözőnek, ha egyik a másikba nem vihető át a tetraéder mozgatásával.)

4. Az *ABC* egyenlőszárú háromszög *BAC* szöge 20^o-os. (*AB*=*AC*) Az *AC* oldalon legyen *M* és az *AB* oldalon *N* pont úgy, hogy *MBA* szög 20^o-os és *NCA* szög 30^o-os. Mekkora az *NMB* szög?

5. Egy 6 cm oldalú *N* négyzetben elhelyezünk 4 darab 1 cm oldalú négyzetet és 3 darab 1 cm átmérőjű kört úgy, hogy a síkidomok ne fedjék egymást, és az *N* négyzetből ne lógjanak ki. Minden esetben elhelyezhető-e *N*-ben még egy 1 cm átmérőjű kör úgy, hogy ne legyen közös pontja a már elhelyezett 7 síkidom egyikével sem?

6. Igazoljuk, ha *a* és *b* valós számokra igaz, hogy *a*+*b*=1, akkor bármely valós *x* szám esetén fennáll:

$$\left|[x+a]+[x+b]-[2x]\right| \quad 1,$$

ahol egy *a* valós szám egész részét $[a]$ jelöli!

Az állítások indoklásáról ne feledkezzünk meg!