

Matematika alapszak

Záróvizsga tételek

2018.

1. Lineáris algebra

Lineáris egyenletrendszerek, mátrixok, determináns. A valós elem-n-esek vektortere és alterei, lineáris függetlenség, vektorrendszer rangja, bázis, dimenzió. Mátrix rangja. Lineáris leképezések, véges dimenziós vektorterek, euklideszi terek.

2. Számelmélet

Oszthatóság, euklideszi algoritmus, diofantoszi egyenletek, kongruenciák. Prímszámok, a számelmélet alaptétele. Az Euler-féle ϕ függvény, Euler–Fermat-tétel, modulo m rend, primitív gyökök.

3. Klasszikus algebra

Komplex számok. A test feletti polinomok számelmélete, irreducibilitás a komplex, a valós és a racionális számok teste felett, az algebra alaptétele, Schönemann–Eisenstein-tétel. Véges testek konstrukciója. Polinom és polinomfüggvény, Lagrange-interpoláció, polinomok (többszörös) gyökei.

4. Absztrakt algebra

Műveletek, műveleti tulajdonságok, algebrai struktúrafajták (csoportok, gyűrűk, testek), nevezetes példák. Csoportok izomorfiaja, csoportelem rendje, ciklikus csoportok, részcsoporthok, Lagrange-tétel.

5. Halmazelmélet és matematikai logika

Halmazok számossága, megszámlálható és nem megszámlálható halmazok, nevezetes példák. Ítéletkalkulus és predikátumkalkulus, formulák, logikai ekvivalencia, következményfogalom, bizonyítási módszerek.

6. Határérték és folytonosság

Sorozatok határértéke. A határérték tulajdonságai, nevezetes példák. Numerikus sorok, kritériumok. Rekurzív sorozatok, iterációk és alkalmazásaik, példák. Függvénysorozatok és függvénysorok. Hatványsorok, nevezetes sorfejtések. Egy- és többváltozós függvények határértéke és folytonossága. Folytonos függvények tulajdonságai. Elemi függvények.

7. Differenciálás

Egyváltozós függvények differenciálása. Közéérték-tételek és alkalmazásaik. Monotonitás és konvexitás jellemzése, szélsőértékvizsgálat. Többváltozós függvények differenciálása. Gradiensvektor, szintvonalak, gradiens módszer. Többváltozós függvények szélsőértéke és feltételes szélsőértéke.

8. Integrálás

A Riemann-integrál felépítése. Terület, mérték. Newton–Leibniz-formula. Primitív függvények. Terület-, térfogat-, felszín- és ívhosszképletek. Improprius integrálok. Többszörös integrálok és alkalmazásaik. Integráltranszformáció.

9. Numerikus matematika

Gersgorin körtétel, sajátérték abszolút értékének becslése. Egyenletek és egyenletrendszerek megoldásainak, függvények zéróhelyeinek numerikus közelítése. Intervallumfelezés. Newton–Raphson módszer. Numerikus hatékonyság. Lagrange- és Hermite-interpoláció. Képlethiba. Öröklött hiba. Numerikus integrálás, kvadratúraformulák.

10. Kombinatorika és gráfelmélet

Alap összeszámlálási problémák. Lineáris rekurzió. Szita formula és alkalmazásai. Összefüggőség és fák. Euler-vonal, Hamilton-kör. Színezési problémák, síkgráfok. Párosítási problémák. Ramsey-tétel. Turán-tétel.

11. Affin geometria

Irányítás, vektorok definíciója, vektorműveletek, koordinátázás, egyenesek, síkok egyenletei, térelemek kölcsönös helyzete. Síkbeli affinitások tulajdonságai, affinitások alaptétele.

12. Euklidészi geometria

Izometriák és fixpontok, egybevágóság, forgások, eltolások, centrális tükrözés. Dilatációk, homotéciák és fixpontok, hasonlóságok. Szögek definíciója, összege, szögmérés, trigonometria. Skaláris, vektoriális és vegyes szorzás. Terület, térfogat, nevezetes alakzatok és testek területe, térfogata, felszíne.

13. Másodrendű görbék

Másodrendű görbék és egyenleteik. Ellipszis, hiperbola és tulajdonságaik, kúpszeletek fokális egyenletei és tulajdonságaik, kúp szeletei.

14. Valószínűség és véletlen változók

A valószínűség definíciója és fontosabb tulajdonságai. Klasszikus és geometriai valószínűségi mezők. Feltételes valószínűség, események függetlensége. Véletlen változók, eloszlásfüggvény, diszkrét és abszolút folytonos eloszlások. A nevezetesebb eloszlások.

15. Várható érték, szórás, korreláció

A várható érték és a szórás definíciója és fontosabb tulajdonságai. A normális eloszlás és a centrális határeloszlás-tétel. A nagy számok törvénye. Véletlen változók együttes eloszlása, kovariancia és korreláció. Feltételes eloszlás és feltételes várható érték.