

# Záróvizsga tételek az Alkalmazott matematikus mesterszakon

## Alkalmazott analízis specializáció

### 1. Algoritmusok és bonyolultságuk

Dinamikus programozás, folyam algoritmusok, algoritmusok amortizációs elemzése, adatstruktúrák, kupacok, LZW tömörítő algoritmus, Turing-gép, nem-determinisztikus számolások, bonyolultsági osztályok és viszonyaik, redukciók és teljes problémák, NP-teljesség, példák, véletlen algoritmusok.

### 2. Differenciálegyenletek

Kezdetiérték-probléma megoldásának létezése, egyértelmősége, simasága. Lineáris autonóm rendszerek. Nemlineáris rendszerek. Stabilitás: linearizálás, Ljapunov-tételek. Lineáris parciális differenciálegyenletek: transzport egyenlet, a hővezetés egyenlete, a hullámegyenlet.

### 3. Differenciálegyenletek numerikus megoldása

Közönséges differenciálegyenletek: Euler, Runge-Kutta módszerek, véges elemek módszere. A diffúzió és hővezetés numerikus módszerei, explicit, implicit módszerek, a véges elemek módszere, Dirichlet és Neumann peremfeltételek; a hullámegyenlet véges differencia megoldása, a CFL-feltétel, véges elemes megoldás.

### 4. Diszkrét matematika

Cayley-tétel (fák összeszámlálása), gráfok magasabb fokú összefüggősége, Menger tételei, Vizing-tétel (élszínezések), nagy derékbőségű, nagy kromatikus számú gráfok, párosítások, síkgráfok.

### 5. Fourier-sorok, ortogonális polinomok, sorfejtések

Trigonometrikus sorok ortogonális polinomrendszerek, Fourier-sorok konvergenciája, a Fourier- és a Laplace-transzformáció.

### 6. Funkcionálanalízis

Banach terek, Hilbert terek. Korlátos lineáris operátorok és funkcionálok. A lineáris funkcionálanalízis alaptételei (nyílt leképezések tétele, zárt gráf tétel, egyenletes korlátosság tétele). Korlátos operátor spektruma, önadjungált kompakt operátorok spektráلتétele.

### 7. Idősorok statisztikai elemzése

Stacionárius folyamatok definíciói, autokorrelációs- és parciális autokorrelációs függvény, spektrálemélet, ARMA-folyamatok és statisztikájuk, Yule-Walker egyenletek.

### 8. Konvergenciatípusok, eloszlásbeli konvergencia

Karakterisztikus függvények, konvergenciatípusok, portmanteau tétel, centrális határeloszlás-tétel, többdimenziós normális eloszlás, felújítási elmélet, Poisson-folyamat.

### 9. Optimalizálási eljárások

Az optimalizálás alapfeladata és speciális esetei, Lagrange-dualitás, gyenge és erős dualitás tételek, Karush-Kuhn-Tucker-tétel, az LP feladat és SDP feladat kombinatorikai alkalmazásai, korlátozás és szétválasztás módszerek alkalmazásai.

### 10. Véletlen változók, várható érték, nagy számok törvényei

Véletlen változók és vektorváltozók, eloszlásfüggvény, várható érték, momentumok, függetlenség, Borel-Cantelli-lemmák, Kolmogorov 0-1 törvénye, nagy számok törvényei.

### 11. Többváltozós és vektorértékű függvények

Többszörös integrál, vonalintegrál, felületi integrál, Green-tétel, Gauss-tétel, Stokes-tétel, az integrálszámítás fizikai és műszaki alkalmazásai.

### 12. Dinamikus rendszerek

Stabilitás. Invariáns sokaságok. Elemi bifurkációk. Káosz. Szimbolikus dinamika. Határhalmazok, Poincaré-Bendixson-tétel. Poincaré-leképezés. Periodikus pályák stabilitása, orbitális stabilitás. Strukturális stabilitás, generikusság. Hartman-Grobman-tétel.

### 13. Numerikus matematika.

Mátrixok sajátértékei QR-iterációval és inverz hatvány módszerrel. Többváltozós Newton-iteráció. Optimum STP és konjugált-gradiens módszerrel. Moore-Penrose inverz, spline regresszió. Intervallum-aritmetika.

#### **14. Parciális differenciálegyenletek**

Reprezentációs formulák a Laplace-egyenletre, a hővezetés egyenletére és a hullámegyenletre. Disztribúciók, Szoboljev-terek. Elliptikus PDE-k variációs alakja. Gyenge megoldások. A Lax-Milgram-tétel.

#### **15. Topológia és sokaságok**

Topológiák megadása, konvergencia, metrikus terek, kompaktság és teljesség. Differenciálható sokaságok, Riemann-metrika és kovariáns deriválás, görbületek. Differenciálformák és Gauss–Bonnet-tétel.

## **Műszaki matematika specializáció**

### **1. Algoritmusok és bonyolultságuk**

Dinamikus programozás, folyam algoritmusok, algoritmusok amortizációs elemzése, adatstruktúrák, kupacok, LZW tömörítő algoritmus, Turing-gép, nem-determinisztikus számolások, bonyolultsági osztályok és viszonyaik, redukciók és teljes problémák, NP-teljesség, példák, véletlen algoritmusok.

### **2. Differenciálegyenletek**

Kezdetiérték-probléma megoldásának létezése, egyértelműsége, simasága. Lineáris autonóm rendszerek. Nemlineáris rendszerek. Stabilitás: linearizálás, Ljapunov-tételek. Lineáris parciális differenciálegyenletek: transzport egyenlet, a hővezetés egyenlete, a hullámegyenlet.

### **3. Differenciálegyenletek numerikus megoldása**

Közönséges differenciálegyenletek: Euler, Runge-Kutta módszerek, véges elemek módszere. A diffúzió és hővezetés numerikus módszerei, explicit, implicit módszerek, a véges elemek módszere, Dirichlet és Neumann peremfeltételek; a hullámegyenlet véges differencia megoldása, a CFL-feltétel, véges elemes megoldás.

### **4. Diszkrét matematika**

Cayley-tétel (fák összeszámlálása), gráfok magasabb fokú összefüggősége, Menger tételei, Vizing-tétel (élszínezések), nagy derékbőségű, nagy kromatikus számú gráfok, párosítások, síkgráfok.

### **5. Fourier-sorok, ortogonális polinomok, sorfejtések**

Trigonometrikus sorok ortogonális polinomrendszerek, Fourier-sorok konvergenciája, a Fourier- és a Laplace-transzformáció.

### **6. Funkcionálanalízis**

Banach terek, Hilbert terek. Korlátos lineáris operátorok és funkcionálok. A lineáris funkcionálanalízis alaptételei (nyílt leképezések tétele, zárt gráf tétel, egyenletes korlátosság tétele). Korlátos operátor spektruma, önadjungált kompakt operátorok spektráلتétele.

### **7. Idősorok statisztikai elemzése**

Stacionárius folyamatok definíciói, autokorrelációs- és parciális autokorrelációs függvény, spektrálemélet, ARMA-folyamatok és statisztikájuk, Yule–Walker egyenletek.

### **8. Konvergenciatípusok, eloszlásbeli konvergencia**

Karakterisztikus függvények, konvergenciatípusok, portmanteau tétel, centrális határeloszlás-tétel, többdimenziós normális eloszlás, felújítási elmélet, Poisson-folyamat.

### **9. Optimalizálási eljárások**

Az optimalizálás alapfeladata és speciális esetei, Lagrange-dualitás, gyenge és erős dualitás tételek, Karush–Kuhn–Tucker-tétel, az LP feladat és SDP feladat kombinatorikai alkalmazásai, korlátozás és szétválasztás módszerek alkalmazásai.

### **10. Véletlen változók, várható érték, nagy számok törvényei**

Véletlen változók és vektorváltozók, eloszlásfüggvény, várható érték, momentumok, függetlenség, Borel-Cantelli-lemmák, Kolmogorov 0-1 törvénye, nagy számok törvényei.

### **11. Többváltozós és vektorértékű függvények**

Többszörös integrál, vonalintegrál, felületi integrál, Green-tétel, Gauss-tétel, Stokes-tétel, az integrálszámítás fizikai és műszaki alkalmazásai.

### **13. Numerikus matematika.**

Mátrixok sajátértékei QR-iterációval és inverz hatvány módszerrel. Többváltozós Newton-iteráció. Optimum STP és konjugált-gradiens módszerrel. Moore-Penrose inverz, spline regresszió. Intervallum-aritmetika.

### **13. Elméleti mechanika**

Newton törvények. Rezgések. Mozgás gravitációs térben. Kéttest probléma. Kepler törvények. Mozgások a forgó Földön. Az  $n$ -test probléma, a 10 első integrál. A Galilei-féle relativitási elv. Kényszerfeltételek. Lagrange-egyenletek. Variációs elvek. Hamilton egyenletek. Megmaradási tételek.

### **14. Irányításelmélet**

A visszacsatolás alapelvei és alkalmazásai, példák a bemeneti/kimeneti válaszra. Rendszer-modellezés és állapot-tér reprezentációk (idő-tartomány), átviteli függvények ( $s$ -tartomány), frekvencia-válasz (a frekvenciatartomány). Alapvető irányítási függvények, a PID (arányos integrált derivált) irányítás, a rendszerek stabilitása.

### **15. Kódoláselmélet**

Hibajelző- és hibajavító kódok. Nyilvános kulcsú matematikai titkosírások.

## **Pénzügy-matematika specializáció**

### **1. Algoritmusok és bonyolultságuk**

Dinamikus programozás, folyam algoritmusok, algoritmusok amortizációs elemzése, adatstruktúrák, kupacok, LZW tömörítő algoritmus, Turing-gép, nem-determinisztikus számolások, bonyolultsági osztályok és viszonyaik, redukciók és teljes problémák, NP-teljesség, példák, véletlen algoritmusok.

### **2. Differenciálegyenletek**

Kezdetiérték-probléma megoldásának létezése, egyértelműsége, simasága. Lineáris autonóm rendszerek. Nemlineáris rendszerek. Stabilitás: linearizálás, Ljapunov-tételek. Lineáris parciális differenciálegyenletek: transzport egyenlet, a hővezetés egyenlete, a hullámegyenlet.

### **3. Differenciálegyenletek numerikus megoldása**

Közönséges differenciálegyenletek: Euler, Runge-Kutta módszerek, véges elemek módszere. A diffúzió és hővezetés numerikus módszerei, explicit, implicit módszerek, a véges elemek módszere, Dirichlet és Neumann peremfeltételek; a hullámegyenlet véges differencia megoldása, a CFL-feltétel, véges elemes megoldás.

### **4. Diszkrét matematika**

Cayley-tétel (fák összeszámlálása), gráfok magasabb fokú összefüggősége, Menger tételei, Vizing-tétel (élszínezések), nagy derékbőségű, nagy kromatikus számú gráfok, párosítások, síkgráfok.

### **5. Fourier-sorok, ortogonális polinomok, sorfejtések**

Trigonometrikus sorok ortogonális polinomrendszerek, Fourier-sorok konvergenciája, a Fourier- és a Laplace-transzformáció.

### **6. Funkcionálanalízis**

Banach terek, Hilbert terek. Korlátos lineáris operátorok és funkcionálok. A lineáris funkcionálanalízis alaptételei (nyílt leképezések tétele, zárt gráf tétel, egyenletes korlátosság tétele). Korlátos operátor spektruma, önadjungált kompakt operátorok spektráلتétele.

### **7. Idősorok statisztikai elemzése**

Stacionárius folyamatok definíciói, autokorrelációs- és parciális autokorrelációs függvény, spektrálemélet, ARMA-folyamatok és statisztikájuk, Yule-Walker egyenletek.

### **8. Konvergenciatípusok, eloszlásbeli konvergencia**

Karakterisztikus függvények, konvergenciatípusok, portmanteau tétel, centrális határeloszlás-tétel, többdimenziós normális eloszlás, felújítási elmélet, Poisson-folyamat.

### **9. Optimalizálási eljárások**

Az optimalizálás alapfeladata és speciális esetei, Lagrange-dualitás, gyenge és erős dualitás tételek, Karush–Kuhn–Tucker-tétel, az LP feladat és SDP feladat kombinatorikai alkalmazásai, korlátozás és szétválasztás módszerek alkalmazásai.

#### **10. Véletlen változók, várható érték, nagy számok törvényei**

Véletlen változók és vektorváltozók, eloszlásfüggvény, várható érték, momentumok, függetlenség, Borel-Cantelli-lemmák, Kolmogorov 0-1 törvénye, nagy számok törvényei.

#### **11. Martingálok**

Feltételes várható érték, martingálok diszkrét és folytonos időben, Doob–Meyer-felbontás, Doob maximálegyenlőtlensége, martingál konvergencia tétel.

#### **12. Wiener-folyamat, Markov-folyamatok**

Wiener-folyamat definíciója és tulajdonságai, Markov-folyamatok, Chapman–Kolmogorov-egyenletek, Kolmogorov egyenletei.

#### **13. Sztochasztikus kalkulus és alkalmazásai**

Sztochasztikus integrál definíciója, Itô-formula, sztochasztikus differenciálegyenletek, Girsanov-tétel, folytonos idejű piacok, Black-Scholes-modell.

#### **14. Pénzügyi és kockázati folyamatok**

Diszkrét idejű piacok, portfólió és fedezet, arbitrázs és teljesség, CRR formula, klasszikus rizikó-folyamat, Cramér–Lundberg-tétel, Lundberg-kitevő.

#### **15. Statisztika**

Elégségesség és teljesség, Fisher-információ, Cramér–Rao-egyenlőtlenség, Rao–Blackwell-Kolmogorov-tétel, hipotézisvizsgálat, Neyman–Pearson-lemma, lineáris regresszió, varianciaanalízis.