

Az alábbi feladatok a 2010–2014 közötti zárószigorlat írásbeli dolgozatok feladatai, ömlesztve.

1. Mit értünk azon, hogy $a \equiv b \pmod{m}$?
2. Mit tud a végtelen mértani sor konvergenciájáról és összegéről?
3. Definiálja a binomiális eloszlást.
4. (a) Írja fel a tízes számrendszerbeli 2010 számot hármas számrendszerben.
(b) Írja fel a hármas számrendszerbeli 2010 számot tízes számrendszerben.
5. Mely p prímeke lesz $p + 7$ is prím?
6. Egy háromszöget tükrözzünk a súlypontjára. Hogyan aránylik a két háromszög metszetének területe az eredeti háromszög területéhez?
7. Ábrázolja az $f(x) := \frac{3x+4}{4x+5}$ függvény grafikonját. Jellemezze a függvényt (értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, korlátosság).
8. Adjon meg bijekciót a valós számok halmaza és a $(0, \infty)$ intervallum pontjai között.
9. Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak?
10. Egy (szabályos) kockát ismételten feldobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy éppen a negyedik dobásnál dobunk először négyest?
11. Mit értünk egy determináns i -edik sora szerinti kifejtésén?
12. Mit jelent az, hogy egy f függvény egy J intervallumon egyenletesen folytonos?
13. Definiálja két véletlen változó korrelációját.
14. Irreducibilis-e az $x^3 + x^2 - 5x + 3$ polinom a racionális számtest fölött?
15. Ábrázolja az $x \mapsto \frac{1-x}{x+1}$ törtlineáris függvény grafikonját, és jellemezze a függvényt (értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, folytonosság, korlátosság).
16. Adjon meg olyan függvényt, amely értelmezve van \mathbb{R} -en, de csak a 0 pontban folytonos.
17. Elválasztja-e a $2x - y + 3 = 0$ egyenletű egyenes az $A(-2, 1)$ és a $B(1, 1)$ pontokat?
18. Mennyi a számossága a végtelen 0-1 sorozatok halmazának?
19. Hány (nem szükségszerűen értelmes) anagrammája van a KOMBINATORIKA szónak?
20. A $P(A|B)$ feltételes valószínűség lehet-e
(a) nagyobb, mint $P(A)$?
(b) kisebb, mint $P(A)$?
21. Definiálja, hogy mit nevezünk algebrai, illetve transzcendens számnak. Adjon példát algebrai, illetve transzcendens számra.

22. Ábrázolja az $x \mapsto \left(\frac{1}{2}\right)^x$ függvény inverzét.
23. Definiálja a teljes eseményrendszereket.
24. Mennyi lehet az \mathbb{R}^3 vektortérben egy három vektorból álló vektorrendszer rangja? Adjon példát mindegyik lehetőségre.
25. Ábrázolja az $x \mapsto e^{-x}(1+x)$ függvény grafikonját, és jellemezze a függvényt (értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, folytonosság, korlátosság).
26. Mondja ki a végtelen sorok konvergenciájára vonatkozó hányadoskritériumot.
27. Egy tetraéder csúcsai $A(0, 1, 0)$, $B(2, 1, 0)$, $C(3, 0, 0)$ és $D(0, 1, -4)$. Mekkora a súlypontját az A csúccsal összekötő szakasz hossza?
28. Bizonyítsa be, hogy a racionális számok halmazának számossága megegyezik a pozitív egész számok halmazának számosságával.
29. Hány (nem szükségszerűen értelmes) anagrammája van az ABRAKADABRA szónak?
30. N termék közül M darab selejtes, $N - M$ darab hibátlan. Az N termékből egyszerre kimarkolva egy n elemű mintát, mennyi annak a $p_{n,k}$ valószínűsége, hogy k darab lesz a mintában selejtes?
31. Definiálja a lineáris leképezés fogalmát, valamint lineáris leképezés magját és képterét.
32. Fogalmazza meg a Newton–Leibniz-tételt.
33. Definiálja a teljes eseményrendszer fogalmát.
34. Készítsen olyan háromváltozós ítéletkalkulusbeli formulát, amely akkor és csak akkor igaz, ha a benne előforduló változók közül pontosan kettő igaz.
35. Ábrázolja az $x \mapsto e^{-x}(1+x)$ függvény grafikonját, és jellemezze a függvényt (értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, folytonosság, korlátosság).
36. Bontsa fel az $\mathbf{a}(8; 1)$ vektort a $\mathbf{b}(3; 2)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges összetevőre.
37. Határozza meg az $1 + \sqrt{3}i$ komplex szám negyedik gyökeit.
38. Andi egy szabályos kockával dob, Bandi pedig két szabályos kockával. Mennyi a valószínűsége, hogy a Bandi által dobott két szám összege nem nagyobb az Andi által dobott számnál?
39. Adjon meg olyan sorozatot, amelynek végtelen sok torlódási pontja van.
40. Írja le a térképszínezési problémát.
41. Definiálja, mit értünk egy gráf egy komponensén.
42. Mondja ki a Bolzano–Weierstrass-tételt számsorozatokra.

43. Definiálja véletlen változó szórását.
44. Adja meg a szitaformulát.
45. Készítsen olyan diszjunktív normálformát, amely ekvivalens a $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ formulával.
46. Vizsgálja meg a $\sqrt{4-2x}$ függvényt (értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás), és ábrázolja a függvény grafikonját.
47. Szerkesszen kört, amely érint két adott, egymást metsző egyenest és átmegy egy adott ponton, mely nincsen rajta egyik egyenesen sem.
48. Mutasson példát olyan $(a_n)_{n \geq 1}$ és $(b_n)_{n \geq 1}$ sorozatokra, amelyekre
- $a_n \rightarrow \infty$, de $(a_n)_{n \geq 1}$ nem monoton;
 - $a_n \rightarrow \infty$, $b_n \rightarrow 0$ és $a_n b_n \rightarrow \infty$;
 - $a_n \rightarrow \infty$, $b_n \rightarrow 0$ és $a_n b_n \rightarrow 0$;
 - $a_n \rightarrow \infty$, $b_n \rightarrow 0$ és $(a_n b_n)_{n \geq 1}$ korlátos, de nem konvergens.
49. 1000 termék közül 20 darab selejtes, 980 hibátlan. Az 1000 termékből egyenként, egymás után, visszatevéssel 50 darabot kiválasztva, mennyi annak a valószínűsége, hogy pontosan 1 darab lesz a mintában selejtes?
50. (a) Adja meg a valós számok additív csoportjában a 2 által generált részcsoportot.
 (b) Adja meg a pozitív valós számok multiplikatív csoportjában a 2 által generált részcsoportot.
51. Definiálja a fagráf fogalmát.
52. Adja meg a következő definíciót: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, ahol $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, és $a, A \in \mathbb{R}$.
53. Definiálja az n, p paraméterű binomiális eloszlást.
54. Készítsen olyan teljes diszjunktív normálformát, amely ekvivalens a $(p \rightarrow r) \rightarrow (q \wedge r)$ formulával.
55. Vizsgálja meg a e^{-x^2} függvényt (értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás), és ábrázolja a függvény grafikonját.
56. Igaz-e, hogy ha egy sorozat konvergens, akkor mindig van legnagyobb eleme?
57. Írja fel a $V(1, -1, 2, -2)$ Vandermonde-determinánst, és számolja ki az értékét.
58. Az $\mathbf{a}(6, 2, -3)$, $\mathbf{b}(-3, 6, -2)$ és \mathbf{c} vektorok egy kockát feszítenek ki. Határozza meg a \mathbf{c} vektor koordinátáit.
59. Egy kockával ismételten dobva mennyi a p_n valószínűsége annak, hogy éppen az n -edik ismétlésnél dobunk először 6-ost?
60. Mondja ki a Cauchy-féle konvergencia-kritériumot számsorozatokra.

61. Definiálja azt, hogy egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek egy $a \in \mathbb{R}$ pontban helyi maximuma van.
62. Definiálja az összefüggő gráf fogalmát.
63. Definiálja az (a, b) intervallumon egyenletes eloszlást.
64. Készítsen olyan teljes diszjunktív normálformát, amely ekvivalens a $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge r)$ formulával.
65. Vizsgálja meg a $\sin(2x - \frac{\pi}{4})$ függvényt (értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás), és ábrázolja a függvény grafikonját.
66. Határozza meg az $x^3 + 3x + 2 \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek négyzetösszegét.
67. Számítsa ki $\cot(\arcsin \frac{1}{5})$ pontos értékét.
68. Válasszuk ki az egységkocka három kitérő élét. Mekkora területű az ezen élek felezőpontjai által meghatározott háromszög?
69. Lehet-e független két diszjunkt (egymást kizáró) A és B esemény?
70. Adja meg az e^x függvény hatványsorát, és adja meg azt is, hogy ez a sor hol állítja elő a függvényt.
71. Legyen $a > 0$. Hogyan értelmezhető a^x , ha
- x pozitív egész szám ?
 - x negatív egész szám ?
 - x racionális szám?
 - x irracionális szám?
72. Definiálja a páros gráf fogalmát.
73. Definiálja a $\lambda > 0$ paraméterű exponenciális eloszlást.
74. Döntse el, hogy tautológia-e a következő formula: $p \rightarrow (\neg q \vee (\neg q \rightarrow \neg p))$.
75. Vizsgálja meg a $\tan(\pi - \frac{x}{2})$ függvényt (értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás), és ábrázolja a függvény grafikonját.
76. Legyen φ a térnek (azaz az \mathbb{R} fölötti \mathbb{R}^3 vektortérnek) azon lineáris transzformációja, mely minden vektorhoz hozzárendeli a Z tengelyre vonatkozó tükörképét. Adja meg φ mátrixát a standard bázisban.
77. Egy tetraéder csúcspontjai $A(0, 1, 0)$, $B((2, 1, 0)$, $C(3, 0, 0)$, $D(0, 1, -4)$. Mekkora a súlypontját az A csúccsal összekötő szakasz hossza?
78. Van-e olyan csoport, amelyben hatodrendű elem van, de harmadrendű elem nincsen?

79. Az alábbi állítások közül melyik igaz tetszőleges A és B esetén?
(a) Ha A megszámlálható és $B \subseteq A$, akkor B is megszámlálható.
(b) Ha A megszámlálható és $A \subseteq B$, akkor B is megszámlálható.
80. Hogy szól a váltakozó előjelű sorokra vonatkozó Leibniz-kritérium?
81. Adja meg kanonikus alakban az $\frac{1-i}{1+i}$ komplex számot.
82. Adjon meg bijekciót a valós számok halmaza és a $(0, \infty)$ intervallum pontjai között.
83. Adjon meg olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt, amely a 0 pontban egyszer differenciálható, de kétszer nem.
84. Írja fel
(a) a tízes számrendszerbeli 2011 számot ötös számrendszerben;
(b) a hármas számrendszerbeli 2011 számot tízes számrendszerben.
85. Vizsgálja meg a $\sqrt{1-x^2}$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékészlet), és ábrázolja a függvény grafikonját.
86. Egy háromszög A , B , C csúcsa körül rendre 2α , 2β , 2γ szögű forgatást végzünk (α , β , γ a háromszög szögei). Milyen transzformáció a három forgatás szorzata?
87. Számítsa ki az $\frac{x+2}{3} = \frac{2y}{3} = \frac{z+1}{5}$ és $\frac{x-3}{3} = -\frac{y+3}{2} = \frac{z}{5}$ egyenesek hajlásszögét.
88. Adja meg az $(1+x)^{-1}$ függvény hatványsorát, és adja meg azt is, hogy ez a sor hol állítja elő a függvényt.
89. Igaz-e a következő két állítás?
(a) Ha egy lineáris egyenletrendszernek több egyenlete van, mint ismeretlene, akkor nincs megoldása.
(b) Ha egy lineáris egyenletrendszernek kevesebb egyenlete van, mint ismeretlene, akkor van megoldása.
90. Van-e olyan függvény, amely nem szigorúan monoton egy intervallumon, mégis van inverze?
91. Adja meg kanonikus alakban az $\frac{1+i}{1-i}$ komplex számot.
92. Adjon meg bijekciót az egész számok halmaza és a pozitív egész számok halmaza között.
93. Adjon meg olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ folytonos függvényt, amely végtelen sok pontban nem differenciálható.
94. Írja fel
(a) a tízes számrendszerbeli 2011 számot négyes számrendszerben;
(b) a négyes számrendszerbeli 2011 számot tízes számrendszerben.

95. Vizsgálja meg a $\sqrt{2x - x^2}$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékkészlet, konvexitás), és ábrázolja a függvény grafikonját.
96. Definiálja, mit értünk egy gráf egy összefüggő komponensén.
97. Határozza meg az $x^3 + x^2 + x + 1 \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek négyzetösszegét.
98. Andi és Bandi egy-egy szabályos kockával dobnak. Mennyi a valószínűsége, hogy a Bandi által dobott szám nagyobb az Andi által dobott számnál?
99. Mennyi lehet az \mathbb{R}^3 vektortérben egy három vektorból álló vektorrendszer rangja? Adjon példát mindegyik lehetőségre.
100. Elválasztja-e a $2x - y + 3 = 0$ egyenletű egyenes az $A(-2, 1)$ és a $B(1, 1)$ pontokat?
101. Oldja meg az $x^2 - 2ix - 2 = 0$ egyenletet a komplex számok körében.
102. Adjon meg bijekciót a valós számok halmaza és a pozitív valós számok halmaza között.
103. Adjon meg olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt, amely a 0 pontban kétszer differenciálható, de háromszor nem.
104. Igaz-e a következő két állítás?
- Ha egy lineáris egyenletrendszernek több egyenlete van, mint ismeretlene, akkor nincs megoldása.
 - Ha egy lineáris egyenletrendszernek kevesebb egyenlete van, mint ismeretlene, akkor van megoldása.
105. Vizsgálja meg a $\sqrt{x(1-x)}$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékkészlet, konvexitás), és ábrázolja a függvény grafikonját.
106. Adja meg az $(1-x)^{-1}$ függvény hatványsorát, és adja meg azt is, hogy ez a sor hol állítja elő a függvényt.
107. Határozza meg az $x^3 - x^2 + x - 1 \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek négyzetösszegét.
108. Andi és Bandi két-két szabályos érmével dobnak. Mennyi a valószínűsége, hogy Bandi több fejet dob mint Andi?
109. Egy háromszöget tükrözünk a súlypontjára. Hogyan aránylik a két háromszög metszetének területe az eredeti háromszög területéhez?
110. Adjon meg olyan sorozatot, amelynek pontosan három torlódási pontja van.
111. Definiálja a fagráf fogalmát.
112. Mikor mondjuk azt, hogy a $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ leképezés lineáris?
113. Mondja ki a Cauchy-féle konvergenciakritériumot számsorozatokra.
114. Határozza meg a -1 komplex szám harmadik gyökeit.

115. Vizsgálja meg a $\ln x - \ln(1 - x)$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékkészlet, konvexitás), és ábrázolja a függvény grafikonját.
116. Adja meg a valós számok additív csoportjában a $\{2, 3\}$ részhalmaz által generált részcsoportot.
117. Mit ért az alatt, hogy az $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ függvény az I intervallumon konkáv?
118. Melyik a valószínűbb: az, hogy egy szabályos érmével kétszer dobva legalább egyszer fej lesz, vagy pedig hogy két szabályos érmével négyszer dobva legalább egyszer mind a két érmén fej lesz?
119. Mekkora térfogatú az egységkocka lapjainak középpontjai által meghatározott oktaéder?
120. Tekintsünk egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt. Tagadja a következő állítást: „minden $K \in \mathbb{R}$ számhoz létezik olyan $L \in \mathbb{R}$, hogy minden $x \in (L, \infty)$ esetén $f(x) \geq K$ ”
121. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy társaságban mindig van két olyan ember, akiknek ugyanannyi ismerőse van.
122. Van-e olyan korlátos valós számsorozat, melynek nincsen sem legnagyobb, sem legkisebb eleme?
123. Definiálja azt, hogy egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek egy $a \in \mathbb{R}$ pontban helyi maximuma van.
124. Adja meg a $-2 + 2\sqrt{3}i$ komplex szám negyedik gyökeit kanonikus alakban.
125. Vizsgálja meg a $\sqrt{|x|}$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékkészlet, konvexitás, folytonosság, differenciálhatóság), és ábrázolja a függvény grafikonját.
126. Adja meg a valós számok additív csoportjában a $\{2, 4\}$ részhalmaz által generált részcsoportot.
127. Legyen $a = (1, 2, 0)$, $b = (1, 0, -2)$, $c = (1, -1, 3)$. Írja fel a $v = (2, 0, 8)$ vektort az a, b, c vektorok lineáris kombinációjaként.
128. Melyik a valószínűbb: az, hogy egy szabályos érmével háromszor dobva legalább egyszer fej lesz, vagy pedig hogy egy szabályos dobókockával háromszor dobva legalább egyszer páros szám lesz?
129. Mekkora térfogatú az egységnyi élhosszúságú szabályos tetraéder lapjainak középpontjai által meghatározott szabályos tetraéder?
130. Tekintsünk egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt és a következő állítást: „minden $K \in \mathbb{R}$ számhoz létezik olyan $x \in \mathbb{R}$ hogy $f(x) \geq K$ ”. Tagadása-e ennek az az állítás, hogy „minden $K \in \mathbb{R}$ számhoz létezik olyan $x \in \mathbb{R}$ hogy $f(x) < K$ ”? (Ha igen, akkor indokolja meg; ha nem, akkor cáfolja.)

131. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy társaságban mindig van két olyan ember, akiknek ugyanannyi ismerőse van.
132. Adjon példát nemkommutatív csoportra.
133. Mit tud a végtelen mértani sor konvergenciájáról és összegéről?
134. Adja meg az $x^2 + (3 - i)x + 4 - 3i = 0$ egyenlet komplex gyökeit kanonikus alakban.
135. Vizsgálja meg a $\sqrt{\frac{9-3x}{x-2}}$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékészlet), és ábrázolja a függvény grafikonját.
136. Tudjuk, hogy $a_n b_n$ és a_n is konvergensek; igaz-e, hogy b_n is szükségképpen konvergens?
137. Döntse el, hogy előállítható-e a $v = (2, 0, 8)$ vektor az $a = (1, 2, 0)$ és $b = (1, 0, -2)$ vektorok lineáris kombinációjaként.
138. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón, amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot, három találatunk lesz?
139. Mekkora területű az egységnyi területű szabályos hatszög élközéppontjai által meghatározott szabályos hatszög?
140. Tekintsünk egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt és a következő állítást: „létezik olyan $K \in \mathbb{R}$ szám, hogy minden $x \in \mathbb{R}$ esetén $f(x) \geq K$ ”. Tagadása-e ennek az az állítás, hogy „létezik olyan $K \in \mathbb{R}$ szám, hogy minden $x \in \mathbb{R}$ esetén $f(x) < K$ ”? (Ha igen, akkor indokolja meg; ha nem, akkor cáfolja.)
141. Irreducibilis-e az $x^2 + 1$ polinom a komplex számtest fölött?
142. Mit jelent az, hogy egy f függvény egy J intervallumon egyenletesen folytonos?
143. Definiálja a lineáris leképezés fogalmát, valamint lineáris leképezés magját és képterét.
144. Vizsgálja meg a $\sqrt{\frac{2x^2-7x+6}{x^2-3x+2}}$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékészlet), és ábrázolja a függvény grafikonját.
145. Bontsa fel az $a(8; 1)$ vektort a $b(3; 2)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges összetevőre.
146. Adjon meg olyan valós számsorozatot, amelynek végtelen sok torlódási pontja van.
147. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón (amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot) a kihúzott számok között kettő páros és három páratlan van?
148. Mekkora területű az egységnyi területű szabályos nyolcszög élközéppontjai által meghatározott szabályos nyolcszög?
149. Formalizálja logikai eszközökkel az alábbi következtetési formát: *Minden bogár rovar. A cserebogár egy bogár. Tehát a cserebogár rovar.*

150. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy két színnel kiszínezett hat csúcsú teljes gráfban mindig van egyszínű háromszög.
151. Bontsa fel az $x^3 + x^2 + x + 1$ polinomot irreducibilis polinomok szorzatára
- a racionális számtest fölött;
 - a valós számtest fölött;
 - a komplex számtest fölött.
152. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy két megszámlálhatóan végtelen halmaz
- uniója megszámlálhatóan végtelen;
 - metszete megszámlálhatóan végtelen.
153. Egy kétjegyű számot háromszor egymás mellé írunk. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy az így kapott hatjegyű szám mindig osztható
- 3-mal;
 - 7-tel;
 - 13-mal.
154. Adja meg az $\sinh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
155. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy n elemű halmaznak ugyanannyi páros elemszámú részhalmaza van, mint amennyi páratlan elemszámú.
156. Adjon meg olyan függvényt, amely folytonos az $(1, 2)$ intervallumon, és ott nem egyenletesen folytonos.
157. Az A és B játékosok a következő játékot játsszák. Az A játékos feldob egy szabályos dobókockát és annyi forintot fizet B -nek, amennyi a dobás eredménye. A B játékos feldob egy szabályos érmét, és ha írást dobott, akkor $3x$ forintot fizet A -nak, ha pedig fejet dobott, akkor $4x$ forintot fizet A -nak. Mennyi legyen x , hogy a játék igazságos legyen (abban az értelemben, hogy A illetve B előjeles nyereményének várható értéke 0)?
158. Mekkora területű az egységnyi területű szabályos hatszög minden második élközéppontja által meghatározott szabályos háromszög?
159. Adja meg az \mathbb{R} fölötti \mathbb{R}^3 vektortér standard bázisáról a $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(1, 0, 0)$ bázisára való áttérés mátrixát, és a fordított irányú áttérés mátrixát is.
160. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy két színnel kiszínezett öt csúcsú teljes gráfban mindig van egyszínű háromszög.
161. Bontsa fel az $x^4 - x^2 - 2$ polinomot irreducibilis polinomok szorzatára
- a racionális számtest fölött;

- (b) a valós számtest fölött;
- (c) a komplex számtest fölött.
162. Legyenek A és B megszámlálhatóan végtelen halmazok. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy
- (a) $A \setminus B$ megszámlálhatóan végtelen;
- (b) $A \setminus B$ véges.
163. Egy háromjegyű számot kétszer egymás mellé írunk. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy az így kapott hatjegyű szám mindig osztható
- (a) 3-mal;
- (b) 7-tel;
- (c) 11-gyel;
- (d) 13-mal.
164. Adja meg az $\coth(x) := \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
165. Határozza meg az $1 + \sqrt{3}i$ komplex szám negyedik gyökeit.
166. Adjon meg olyan függvényt, amely értelmezve van \mathbb{R} -en, de csak a 0 pontban folytonos.
167. Egy szabályos dobókockával végzünk egy dobást. Jelölje A azt az eseményt, hogy az eredmény páros. Adjon meg olyan B_1 és B_2 eseményeket, hogy
- $$\mathbb{P}(B_1 | A) < \mathbb{P}(B_1), \quad \mathbb{P}(B_2 | A) > \mathbb{P}(B_2).$$
168. Adja meg
- (a) a valós számok additív csoportjában a 3 által generált részcsoportot;
- (b) a pozitív valós számok multiplikatív csoportjában az $\frac{1}{2}$ által generált részcsoportot.
169. Egy tetraéder csúcsai $A(0, 1, 0)$, $B(2, 1, 0)$, $C(3, 0, 0)$ és $D(0, 1, -4)$. Mekkora a súlypontját az A csúccsal összekötő szakasz hossza?
170. Adja meg a szitaformulát.
171. Bontsa fel az $x^4 - x^2 - 6$ polinomot irreducibilis polinomok szorzatára
- (a) a racionális számtest fölött;
- (b) a valós számtest fölött;
- (c) a komplex számtest fölött.
172. Legyenek A és B kontinuum számosságú halmazok. Mutasson példát olyan esetekre, amikor

- (a) $A \cap B$ kontinuum számosságú;
- (b) $A \cap B$ megszámlálhatóan végtelen;
- (c) $A \cap B$ véges.

173. Bizonyítsa be, hogy $10^7 - 10$ osztható 7-tel.

174. Adja meg az $\tanh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.

175. Határozza meg az $1 - \sqrt{3}i$ komplex szám negyedik gyökeit.

176. Adjon meg olyan függvényt, amely értelmezve van \mathbb{R} -en, a 0 pontban csak egyszer, a többi pontban viszont kétszer differenciálható.

177. Egy szabályos dobókockával végzünk egy dobást. Jelölje A azt az eseményt, hogy az eredmény legalább 4. Adjon meg olyan B_1 és B_2 eseményeket, hogy

$$\mathbb{P}(B_1 | A) < \mathbb{P}(B_1), \quad \mathbb{P}(B_2 | A) > \mathbb{P}(B_2).$$

178. Adja meg

- (a) a valós számok additív csoportjában a -3 által generált részcsoportot;
- (b) a pozitív valós számok multiplikatív csoportjában az 1 által generált részcsoportot.

Normálosztók-e ezek a részcsoportok?

179. Egy tetraéder csúcsai $A(0, -1, 0)$, $B(-2, -1, 0)$, $C(-3, 0, 0)$ és $D(0, -1, 4)$. Mekkora a súlypontját az A csúccsal összekötő szakasz hossza?

180. Írja le a binomiális tételt.

181. Határozza meg az $f = x^3 + 3x + 2 \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek négyzetösszegét.

182. Igaz-e a következő állítás? Ha A és B olyan azonos méretű négyzetes mátrixok, hogy $AB = 0$, akkor $A = 0$ vagy $B = 0$.

183. Számítsa ki annak a tetraédernek a térfogatát, amelyet a koordinátasíkok és a $2x + 3y + 6z - 18 = 0$ egyenletű sík határol.

184. Definiálja egy $f : \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$ típusú függvény A pontban való totális deriválhatóságának fogalmát.

185. Adja meg az $\ln(1 - x)$ függvény hatványsorát a 0 pont körül, és adja meg azt is, hogy ez a sor hol állítja elő a függvényt.

186. Bizonyítsa be, hogy az $x^5 - 5x + 2$ függvénynek van három valós gyöke.

187. Bizonyítsa be, hogy tetszőleges pozitív m és n egész számokra

$$\binom{n}{n} + \binom{n+1}{n} + \dots + \binom{n+m}{n} = \binom{n+m+1}{n+1}.$$

188. Definiálja a fagráf fogalmát.
189. A $(0, 1)$ intervallumban egyenletes eloszlás szerint, egymástól függetlenül választunk két pontot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a távolságuk kisebb, mint $1/3$?
190. Definiálja a $\lambda > 0$ paraméterű Poisson-eloszlást.
191. Határozza meg az $f = x^3 + 3x + 2 \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek négyzetösszegét.
192. Írja föl az $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 25$ egyenletű gömböt a $P = (5, 2, \sqrt{7})$ pontjában érintő sík egyenletét.
193. Írjon föl olyan háromváltozós ítéletkalkulusbeli formulát, amely pontosan akkor igaz, ha legalább két változója igaz.
194. Adott síkon egy végtelen négyzetrács. Tekintsük az összes olyan szakaszt, melynek csúcsai rácspontok. Mekkora az ilyen szakaszok halmazának számossága?
195. Adja meg az $f(x) := \sqrt{\lg(\sin 2x)}$ függvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
196. Hat személy között kell kiosztanunk 1 almát és 3 egyforma körtét. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha egy személy több gyümölcsöt is kaphat?
197. Egy szabályos érmével dobunk. Az X valószínűségi változó értéke legyen 0 ha az eredmény írás, illetve 1, ha az eredmény fej. Adja meg X eloszlásfüggvényét.
198. Ábrázolja a következő függvényeket:
- (a) $\arcsin(\sin x)$
 - (b) $\sin(\arcsin x)$
199. Igazolja, hogy $2^{341} - 2$ osztható 31-gyel.
200. Adjon meg olyan c számot, hogy a $2x + 6y = c$ egyenletnek az egész számok körében
- (a) legfeljebb 2012 megoldása legyen;
 - (b) legalább 2012 megoldása legyen.
201. Határozza meg az $f = x^2 - 2x + 2 \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek köbösszegét.
202. Írja föl az $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 25$ egyenletű gömböt a $P = (-5, -2, -\sqrt{7})$ pontjában érintő sík egyenletét.
203. Írjon föl olyan négyváltozós ítéletkalkulusbeli formulát, amely pontosan akkor igaz, ha
- (a) pontosan két változója igaz;
 - (b) legfeljebb három változója igaz.
204. Tekintsük a háromdimenziós térben összes olyan szakaszt, melynek csúcsai racionális koordinátájúak. Mekkora az ilyen szakaszok halmazának számossága?

205. Adja meg az $f(x) := \sqrt{\ln(\cos 3x)}$ függvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
206. Hat személy között kell kiosztanunk 1 almát és 3 egyforma körtét. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha egy személy legfeljebb egy gyümölcsöt kaphat?
207. Andi egy szabályos kockával dob, Bandi pedig két szabályos kockával. Mennyi a valószínűsége, hogy a Bandi által dobott két szám összege nem nagyobb az Andi által dobott számnál?
208. Ábrázolja a következő függvényeket:
- $\arctan(\tan x)$
 - $\tan(\arctan x)$
209. Igazolja, hogy $2^{2012} - 4$ osztható 31-gyel.
210. (a) Írja fel a tízes számrendszerbeli 2012 számot hármas számrendszerben.
 (b) Írja fel a hármas számrendszerbeli 2012 számot tízes számrendszerben.
211. Bontsa fel az $x^6 + 2$ polinomot irreducibilis polinomok szorzatára
- a racionális számtest fölött;
 - a valós számtest fölött;
 - a komplex számtest fölött.
212. Az $\mathbf{a}(6, 2, -3)$, $\mathbf{b}(-3, 6, -2)$ és \mathbf{c} vektorok egy kockát feszítenek ki. Határozza meg a \mathbf{c} vektor koordinátáit.
213. Írjon föl olyan négyváltozós ítéletkalkulusbeli formulát, amely pontosan akkor igaz, ha
- egyik változója sem igaz;
 - van olyan változója, mely nem igaz.
214. Meg lehet-e adni bijekciót a valós számok halmaza és az irracionális számok halmaza között? (Indokolja a választ.)
215. Mit jelent az, hogy az f_n függvénysorozat egyenletesen konvergál az f függvényhez a J intervallumon?
216. Hét személy között kell kiosztanunk 1 almát, 2 egyforma narancsot és 3 egyforma körtét. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha egy személy legfeljebb egy narancsot kaphat?
217. Egy dobozban három fehér és négy piros golyó van. Összekeverés után kihúzunk két golyót visszatevés nélkül, és áttesszük azokat egy kalapba. Ezután összekeverés után kihúzunk egy golyót a kalapból. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kalapból kihúzott golyó piros?
218. Ábrázolja az $f(x) := \frac{3x+4}{4x+5}$ függvény grafikonját. Jellemezze a függvényt (értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás, korlátosság). Mi az inverz függvény?

219. Igaz-e, hogy ha egy sorozat konvergens, akkor mindig van vagy legnagyobb, vagy legkisebb eleme? (Indokolja a választ.)
220. Osztható-e 3-mal a négyes számrendszerben felírt 320232321201 szám?
221. Határozza meg az $f = x^5 - 2x^2 + 2 \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek négyzetösszegét.
222. Írja föl az $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ egyenletű kört a $P = (-5, -3)$ pontjában érintő egyenes egyenletét.
223. Írjon föl olyan négyváltozós ítéletkalkulusbeli formulát, amely pontosan akkor igaz, ha
- (a) egyik változója sem igaz;
 - (b) van olyan változója, mely nem igaz.
224. Meg lehet-e adni bijekciót a valós számok halmaza és az irracionális számok halmaza között? (Indokolja a választ.)
225. Mit jelent az, hogy egy f függvény egy J intervallumon egyenletesen folytonos?
226. Hét személy között kell kiosztanunk 1 almát, 2 egyforma narancsot és 3 egyforma körtét. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha egy személy legfeljebb egy gyümölcsöt kaphat?
227. Egy (szabályos) kockát ismételten feldobunk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy éppen a hatodik dobásnál dobunk először hatost?
228. Ábrázolja az $f(x) := \frac{3x+4}{4x+5}$ függvény grafikonját. Jellemezze a függvényt (értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás, korlátosság).
229. Igaz-e, hogy ha egy sorozat konvergens, akkor mindig van vagy legnagyobb, vagy legkisebb eleme?
230. Mennyi a 2^{2012} szám maradéka 31-gyel osztva?
231. Számítsa ki az $x - 2y + 4z = 10$ és az $x - 2y + 4z = 31$ egyenletű síkok távolságát!
232. Az $\mathbf{a}(6, 2, -3)$, $\mathbf{b}(-3, 6, -2)$ és \mathbf{c} vektorok egy kockát feszítenek ki. Határozza meg a \mathbf{c} vektor koordinátáit.
233. Írjon föl olyan négyváltozós ítéletkalkulusbeli formulát, amely pontosan akkor igaz, ha
- (a) egyik változója sem igaz;
 - (b) van olyan változója, mely nem igaz.
234. Meg lehet-e adni bijekciót a valós számok halmaza és az irracionális számok halmaza között? (Indokolja a választ.)
235. Mit jelent az, hogy az f_n függvénysorozat egyenletesen konvergál az f függvényhez a J intervallumon?

236. Hét személy között kell kiosztanunk 1 almát, 2 egyforma narancsot és 3 egyforma körtét. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha egy személy legfeljebb egy narancsot kaphat?
237. Egy dobozban három fehér és négy piros golyó van. Összekeverés után kihúzzunk két golyót visszatevés nélkül, és áttesszük azokat egy kalapba. Ezután összekeverés után kihúzzunk egy golyót a kalapból. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kalapból kihúzott golyó piros?
238. Ábrázolja az $f(x) := \frac{3x+4}{4x+5}$ függvény grafikonját. Jellemezze a függvényt (értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás, korlátosság). Mi az inverz függvény?
239. Igaz-e, hogy ha egy sorozat konvergens, akkor mindig van vagy legnagyobb, vagy legkisebb eleme? (Indokolja a választ.)
240. Osztható-e 3-mal a négyes számrendszerben felírt 320232321201 szám?
241. Bontsa fel az $x^4 - x^2 - 6$ polinomot irreducibilis polinomok szorzatára
- a racionális számtest fölött;
 - a valós számtest fölött;
 - a komplex számtest fölött.
242. Legyenek A és B kontinuum számosságú halmazok. Mutasson példát olyan esetekre, amikor
- $A \cap B$ kontinuum számosságú;
 - $A \cap B$ megszámlálhatóan végtelen;
 - $A \cap B$ véges.
243. Bizonyítsa be, hogy $10^7 - 10$ osztható 7-tel.
244. Adja meg az $\tanh(x) := \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
245. Határozza meg az $1 - \sqrt{3}i$ komplex szám negyedik gyökeit.
246. Adjon meg olyan függvényt, amely értelmezve van \mathbb{R} -en, a 0 pontban csak egyszer, a többi pontban viszont kétszer differenciálható.
247. Egy szabályos dobókockával végzünk egy dobást. Jelölje A azt az eseményt, hogy az eredmény legalább 4. Adjon meg olyan B_1 és B_2 eseményeket, hogy
- $$\mathbb{P}(B_1 | A) < \mathbb{P}(B_1), \quad \mathbb{P}(B_2 | A) > \mathbb{P}(B_2).$$

248. Adja meg

- a valós számok additív csoportjában a -3 által generált részcsoportot;

(b) a pozitív valós számok multiplikatív csoportjában az 1 által generált részcsoportot.

Normálosztók-e ezek a részcsoportok?

249. Egy tetraéder csúcsai $A(0, -1, 0)$, $B(-2, -1, 0)$, $C(-3, 0, 0)$ és $D(0, -1, 4)$. Mekkora a súlypontját az A csúccsal összekötő szakasz hossza?

250. Írja le a binomiális tételt.

251. Definiálja a lineáris leképezés fogalmát, valamint lineáris leképezés magját és képterét.

252. Fogalmazza meg a Newton–Leibniz-tételt.

253. Definiálja a teljes eseményrendszer fogalmát.

254. Döntse el, hogy tautológia-e a következő formula: $p \rightarrow (\neg q \vee (\neg q \rightarrow \neg p))$.

255. Ábrázolja az $x \mapsto e^{-x}(1+x)$ függvény grafikonját, és jellemezze a függvényt (értelmezési tartomány, értékészlet, monotonitás, folytonosság, korlátosság).

256. Bontsa fel az $\mathbf{a}(8; 1)$ vektort a $\mathbf{b}(3; 2)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges összetevőre.

257. Határozza meg az $x^3 + 3x + 2 \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek négyzetösszegét.

258. Andi egy szabályos kockával dob, Bandi pedig két szabályos kockával. Mennyi a valószínűsége, hogy a Bandi által dobott két szám összege nem nagyobb az Andi által dobott számnál?

259. Adjon meg olyan sorozatot, amelynek végtelen sok torlódási pontja van.

260. Számítsa ki $\operatorname{ctg}(\arcsin \frac{1}{5})$ pontos értékét.

261. Adja meg kanonikus és trigonometrikus alakban az $\frac{1-i}{1+i}$ komplex számot.

262. Legyen φ a térnek (azaz az \mathbb{R} fölötti \mathbb{R}^3 vektortérnek) azon lineáris transzformációja, mely minden vektorhoz hozzárendeli a Z tengelyre vonatkozó tükörképét. Adja meg φ mátrixát a standard bázisban.

263. Van-e olyan csoport, amelyben hatodrendű elem van, de harmadrendű elem nincsen?

264. Definiálja a páros gráf fogalmát.

265. Vizsgálja meg a $\sqrt{|1-x^2|}$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékészlet, differenciálhatóság), és ábrázolja a függvény grafikonját.

266. Definiálja azt, hogy egy $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek egy $a \in \mathbb{R}$ pontban helyi maximuma van.

267. Számítsa ki az $\frac{x+2}{3} = \frac{2y}{3} = \frac{z+1}{5}$ és $\frac{x-3}{3} = -\frac{y+3}{2} = \frac{z}{5}$ egyenesek hajlásszögét.

268. Adja meg az $(1+x)^{-1}$ függvény hatványsorát, és adja meg azt is, hogy ez a sor hol állítja elő a függvényt.
269. Igaz-e a következő két állítás?
- (a) Ha egy lineáris egyenletrendszernek több egyenlete van, mint ismeretlene, akkor nincs megoldása.
 - (b) Ha egy lineáris egyenletrendszernek kevesebb egyenlete van, mint ismeretlene, akkor van megoldása.
270. Van-e olyan függvény, amely nem szigorúan monoton egy intervallumon, mégis van inverze?
271. Oldja meg az $x^4 + 4 = 0$ egyenletet a komplex számok körében.
272. Mikor mondjuk azt, hogy az \mathbb{R}^3 vektortérből az \mathbb{R}^2 vektortérbe vivő $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ leképezés lineáris?
273. Mondja ki a Cauchy-féle konvergenciakritériumot számsorozatokra.
274. Vizsgálja meg a $\ln x - \ln(1-x)$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékkészlet, konvexitás), és ábrázolja a függvény grafikonját.
275. Mit ért az alatt, hogy az $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ függvény az I intervallumon konkáv?
276. Melyik a valószínűbb: az, hogy egy szabályos érmével kétszer dobva legalább egyszer fej lesz, vagy pedig hogy két szabályos érmével négyszer dobva legalább egyszer mind a két érmén fej lesz?
277. Mekkora térfogatú az egységkocka lapjainak középpontjai által meghatározott oktaéder?
278. Tekintsünk egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt. Tagadja a következő állítást: „minden $K \in \mathbb{R}$ számhoz létezik olyan $L \in \mathbb{R}$, hogy minden $x \geq L$ esetén $f(x) \geq K$ ”
279. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy társaságban mindig van két olyan ember, akiknek ugyanannyi ismerőse van.
280. Van-e olyan korlátos valós számsorozat, melynek nincsen sem legnagyobb, sem legkisebb eleme?
281. Egy kétjegyű számot háromszor egymás mellé írunk. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy az így kapott hatjegyű szám mindig osztható
- (a) 3-mal;
 - (b) 7-tel;
 - (c) 13-mal.
282. Adja meg az $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.

283. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy n elemű halmaznak ugyanannyi páros elemszámú részhalmaza van, mint amennyi páratlan elemszámú.
284. Adjon meg olyan függvényt, amely folytonos az $(1, 2)$ intervallumon, és ott nem egyenletesen folytonos.
285. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón (amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot) a kihúzott számok között kettő páros és három páratlan van?
286. Mekkora területű az egységnyi területű szabályos hatszög minden második élközéppontja által meghatározott szabályos háromszög?
287. Adja meg az \mathbb{R} fölötti \mathbb{R}^3 vektortér standard bázisáról a $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(1, 0, 0)$ bázisára való áttérés mátrixát, és a fordított irányú áttérés mátrixát is.
288. Vizsgálja meg a $\sqrt{\frac{2x^2-7x+6}{x^2-3x+2}}$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékkészlet), és ábrázolja a függvény grafikonját.
289. Bontsa fel az $x^4 - 1$ polinomot irreducibilis polinomok szorzatára
- a racionális számtest fölött;
 - a valós számtest fölött;
 - a komplex számtest fölött.
290. Adjon példát nemkommutatív csoportra.
291. Egy háromjegyű számot kétszer egymás mellé írunk. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy az így kapott hatjegyű szám mindig osztható
- 3-mal;
 - 7-tel;
 - 13-mal.
292. Adja meg az $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
293. Tekintsük a háromdimenziós térben összes olyan szakaszt, melynek csúcsai racionális koordinátájúak. Mekkora az ilyen szakaszok halmazának számossága?
294. Igaz-e a következő állítás? *Ha A és B olyan azonos méretű négyzetes mátrixok, hogy $AB = 0$, akkor $A = 0$ vagy $B = 0$.*
295. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón (amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot) nagyság szerint sorrendben húzzák ki a számokat?
296. Mekkora az egységnyi területű körbe írható szabályos háromszögbe írható kör területe?
297. Adja meg az \mathbb{R} fölötti \mathbb{R}^3 vektortér standard bázisáról a $(0, -1, 0)$, $(0, 0, -2)$, $(1, 0, 0)$ bázisára való áttérés mátrixát, és a fordított irányú áttérés mátrixát is.

298. Vizsgálja meg a $\sqrt{|1-x^2|}$ függvényt (értelmezési tartomány, differenciálhatóság, monotonitás, értékkészlet), és ábrázolja a függvény grafikonját.
299. Írja föl az $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$ egyenletű gömböt a $P = (-5, -2, -\sqrt{7})$ pontjában érintő sík egyenletét.
300. Adjon meg olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt, amely a 0 pontban egyszer differenciálható, de kétszer nem.
301. Egy négyjegyű számot kétszer egymás mellé írunk. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy az így kapott nyolcjegyű szám mindig osztható
- 11-gyel;
 - 73-mal;
 - 137-tel.
302. Adja meg az $\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
303. Oldja meg az $x^4 + 4 = 0$ egyenletet a komplex számok körében.
304. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy legalább három fős társaságban mindig van három olyan ember, akiknek ugyanannyi ismerőse van.
305. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón (amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot) mind az 5 kihúzott szám osztható 7-tel?
306. Mekkora az egységnyi területű szabályos háromszögbe írható körbe írható szabályos háromszög területe?
307. Legyen φ a térnek (azaz az \mathbb{R} fölötti \mathbb{R}^3 vektortérnek) azon lineáris transzformációja, mely minden vektorhoz hozzárendeli az X és Z tengelyek által meghatározott síkra vonatkozó tükörképét. Adja meg φ mátrixát a standard bázisban.
308. Vizsgálja meg a $\sqrt[3]{1-x^3}$ függvényt (értelmezési tartomány, zérushelyek, differenciálhatóság, monotonitás, konvexitás, értékkészlet), és ábrázolja a függvény grafikonját.
309. Van-e olyan csoport, amelyben másodrendű elem van, de harmadrendű elem nincsen?
310. Van-e olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amely a 0 pontban
- folytonos, de nem differenciálható;
 - differenciálható, de nem folytonos.
311. Egy négyjegyű számot kétszer egymás mellé írunk. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy az így kapott nyolcjegyű szám mindig osztható
- 11-gyel;
 - 73-mal;

- (c) 137-tel.
312. Adja meg az $\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
313. Oldja meg az $x^4 + 4 = 0$ egyenletet a komplex számok körében.
314. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy legalább három fős társaságban mindig van három olyan ember, akiknek ugyanannyi ismerőse van.
315. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón (amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot) mind az 5 kihúzott szám osztható 7-tel?
316. Mekkora az egységnyi területű szabályos háromszögbe írható körbe írható szabályos háromszög területe?
317. Legyen φ a térnek (azaz az \mathbb{R} fölötti \mathbb{R}^3 vektortérnek) azon lineáris transzformációja, mely minden vektorhoz hozzárendeli az X és Z tengelyek által meghatározott síkra vonatkozó tükörképét. Adja meg φ mátrixát a standard bázisban.
318. Vizsgálja meg a $\sqrt[3]{1-x^3}$ függvényt (értelmezési tartomány, zérushelyek, differenciálhatóság, monotonitás, konvexitás, értékkészlet), és ábrázolja a függvény grafikonját.
319. Van-e olyan csoport, amelyben másodrendű elem van, de harmadrendű elem nincsen?
320. Van-e olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amely a 0 pontban
- (a) folytonos, de nem differenciálható;
 - (b) differenciálható, de nem folytonos.
321. Egy négyjegyű számot kétszer egymás mellé írunk. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy az így kapott nyolcjegyű szám mindig osztható
- (a) 11-gyel;
 - (b) 73-mal;
 - (c) 137-tel.
322. Adja meg az $\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
323. Oldja meg az $x^4 + 4 = 0$ egyenletet a komplex számok körében.
324. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy legalább három fős társaságban mindig van három olyan ember, akiknek ugyanannyi ismerőse van.
325. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón (amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot) mind az 5 kihúzott szám osztható 7-tel?
326. Mekkora az egységnyi területű szabályos háromszögbe írható körbe írható szabályos háromszög területe?

327. Legyen φ a térnek (azaz az \mathbb{R} fölötti \mathbb{R}^3 vektortérnek) azon lineáris transzformációja, mely minden vektorhoz hozzárendeli az X és Z tengelyek által meghatározott síkra vonatkozó tükörképét. Adja meg φ mátrixát a standard bázisban.
328. Vizsgálja meg a $\sqrt[3]{1-x^3}$ függvényt (értelmezési tartomány, zérushelyek, differenciálhatóság, monotonitás, konvexitás, értékkészlet), és ábrázolja a függvény grafikonját.
329. Van-e olyan csoport, amelyben másodrendű elem van, de harmadrendű elem nincsen?
330. Van-e olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amely a 0 pontban
- (a) folytonos, de nem differenciálható;
 - (b) differenciálható, de nem folytonos.
331. Lehet-e két megszámlálhatóan végtelen halmaz
- (a) uniója véges;
 - (b) metszete véges;
 - (c) uniója megszámlálhatóan végtelen;
 - (d) metszete megszámlálhatóan végtelen?
332. Adja meg az $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
333. Oldja meg az $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1 = 0$ egyenletet a komplex számok körében.
334. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy két színnel kiszínezett öt csúcsú teljes gráfban mindig van egyszínű háromszög.
335. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón (amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot) az 5 kihúzott szám között van olyan, amit az előző húzásnál is kihúztak?
336. Mekkora az egységnyi térfogatú kockába írható gömbbe írható kocka térfogata?
337. Vizsgálja meg a $\sqrt{|1-x^2|}$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékkészlet, differenciálhatóság), és ábrázolja a függvény grafikonját.
338. Számítsa ki az $\frac{x+2}{3} = \frac{2y}{3} = \frac{z+1}{5}$ és $\frac{x-3}{3} = -\frac{y+3}{2} = \frac{z}{5}$ egyenesek hajlásszögét.
339. Az egész számok additív csoportjában adja meg a $\{4, 6\}$ halmaz által generált részcsoporthat. Ciklikus-e ez a részcsoporthat?
340. Mit jelent az, hogy az f_n függvénysorozat egyenletesen konvergál az f függvényhez a J intervallumon?
341. Bontsa fel az $x^4 - x^2 - 6$ polinomot irreducibilis polinomok szorzatára
- (a) a racionális számtest fölött;
 - (b) a valós számtest fölött;

- (c) a komplex számtest fölött.
342. Legyenek A és B kontinuum számosságú halmazok. Mutasson példát olyan esetekre, amikor
- $A \cap B$ kontinuum számosságú;
 - $A \cap B$ megszámlálhatóan végtelen;
 - $A \cap B$ véges.
343. Adja meg az $\frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
344. Fogalmazza meg a binomiális tételt.
345. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón (amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot) az 5 kihúzott szám között nincs olyan, amit az előző húzásnál is kihúztak?
346. Igaz-e a következő állítás? *Ha A olyan négyzetes mátrix, hogy $A^2 = 0$, akkor $A = 0$.*
347. Vizsgálja meg a $\sqrt[3]{x^3 - 1}$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékkészlet, differenciálhatóság), és ábrázolja a függvény grafikonját.
348. Számítsa ki az $x = y = z$ és $x = -y = z$ térbeli egyenesek hajlásszögét.
349. Az egész számok additív csoportjában adja meg a $\{-3, 6\}$ halmaz által generált részcsoportot. Normálosztó ez a részcsoport?
350. Adja meg az e^x függvény hatványsorát a 0 pont körül, és adja meg azt is, hogy ez a sor hol állítja elő a függvényt.
351. Határozza meg az $f = x^3 + x - 3 \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek négyzetösszegét.
352. Hány olyan kör van, amely érinti az $x + y = 1$ egyenletű egyenest és a két koordinátatengelyt? Írja föl egy ilyen érintő kör egyenletét.
353. Ábrázolja a következő függvényeket:
- $\ln(e^x)$
 - $e^{\ln x}$
354. Andi egy szabályos kockával dob, Bandi pedig két szabályos kockával. Mennyi a valószínűsége, hogy a Bandi által dobott két szám szorzata éppen annyi, mint az Andi által dobott szám?
355. Döntse el, hogy tautológia-e a következő formula: $p \rightarrow (\neg q \vee (\neg q \rightarrow \neg p))$.
356. Adjon meg olyan sorozatot, amelynek pontosan 2013 torlódási pontja van.
357. Vizsgálja meg az $f(x) := \frac{3x+4}{4x+5}$ függvényt (értelmezési tartomány, értékkészlet, monotonitás, konvexitás), és ábrázolja a függvény grafikonját. Invertálható-e ez a függvény?

358. Számítsa ki $\operatorname{ctg}\left(\arcsin\frac{1}{5}\right)$ pontos értékét.
359. Adja meg kanonikus és trigonometrikus alakban az $\frac{1-i}{1+i}$ komplex számot.
360. Definiálja a páros gráf fogalmát.
361. Írja föl az $x + y + z = 1$ egyenletű sík és a koordinátasíkok által meghatározott tetraéder köré írt gömb egyenletét.
362. Vizsgálja meg az $x \mapsto e^{-x}(1+x)$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékkészlet, konvexitás), és ábrázolja a függvény grafikonját.
363. Melyik a valószínűbb: az, hogy egy szabályos dobókockával kétszer dobva legalább egyszer prím szám lesz az eredmény, vagy pedig hogy két szabályos dobókockával négyszer dobva legalább egyszer mind a két dobókockán prím szám lesz az eredmény?
364. Tekintsünk egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt. Tagadja a következő állítást: „minden $K \in \mathbb{R}$ számhoz létezik olyan $L \in \mathbb{R}$, hogy minden $x \geq L$ esetén $f(x) \geq K$ ”
365. Oldja meg az $x^4 + x^2 + 1 = 0$ egyenletet a komplex számok körében.
366. Adja meg az $(1+x)^{-1}$ függvény hatványsorát, és adja meg azt is, hogy ez a sor hol állítja elő a függvényt.
367. Van-e olyan harmadfokú valós polinom, amely az 1 értéket
- sehol sem veszi fel?
 - pontosan egy helyen veszi fel?
 - pontosan két helyen veszi fel?
 - pontosan három helyen veszi fel?
 - pontosan négy helyen veszi fel?
368. Adjon meg bijekciót a $(0, 1)$ és a $(0, 1]$ intervallumok pontjai között.
369. Mutasson példát olyan $(a_n)_{n \geq 1}$ és $(b_n)_{n \geq 1}$ sorozatokra, amelyekre
- $a_n \rightarrow \infty$, de $(a_n)_{n \geq 1}$ nem monoton;
 - $a_n \rightarrow \infty$, $b_n \rightarrow 0$ és $a_n b_n \rightarrow \infty$;
 - $a_n \rightarrow \infty$, $b_n \rightarrow 0$ és $a_n b_n \rightarrow 0$;
 - $|a_n| \rightarrow \infty$, $b_n \rightarrow 0$ és $(a_n b_n)_{n \geq 1}$ korlátos, de nem konvergens.
370. Mi a $2^{2013} - 1$ szám utolsó számjegye?
371. Írja föl az $x + y = 1$ egyenletű egyenes és a koordinátatengelyek által meghatározott háromszögbe írt kör egyenletét.
372. Vizsgálja meg a $\sqrt[3]{1-x^3}$ függvényt (értelmezési tartomány, zérushelyek, differenciálhatóság, monotonitás, konvexitás, értékkészlet), és ábrázolja a függvény grafikonját.

373. Melyik a valószínűbb: az, hogy két szabályos dobókockával kétszer dobva legalább egyszer mind a két dobókockán prím szám lesz az eredmény, vagy pedig hogy három szabályos dobókockával ötször dobva legalább egyszer mind a három dobókockán prím szám lesz az eredmény?
374. Tekintsünk egy $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt. Tagadja a következő állítást: „létezik olyan $K \in \mathbb{R}$ szám, hogy bármely $L \in \mathbb{R}$ esetén létezik olyan $x \geq L$, melyre $f(x) < K$ ”
375. Egy négyjegyű számot kétszer egymás mellé írunk. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy az így kapott nyolcjegyű szám mindig osztható
- 11-gyel;
 - 73-mal;
 - 137-tel.
376. Számítsa ki az $\frac{x+2}{3} = \frac{2y}{3} = \frac{z+1}{5}$ és $\frac{x-3}{3} = -\frac{y+3}{2} = \frac{z}{5}$ térbeli egyenesek hajlásszögét.
377. Igazolja vagy cáfolja azt az állítást, hogy egy két színnel kiszínezett öt csúcsú teljes gráfban mindig van egyszínű háromszög.
378. Oldja meg az $x^4 - 7x^3 + 14x^2 - 7x + 1 = 0$ egyenletet a komplex számok körében.
379. Lehet-e két megszámlálhatóan végtelen halmaz
- uniója véges;
 - metszete véges;
 - uniója megszámlálhatóan végtelen;
 - metszete megszámlálhatóan végtelen?
380. Van-e olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amely a 0 pontban
- folytonos, de nem differenciálható;
 - differenciálható, de nem folytonos.
381. Írja föl az $x + y + z = 1$ egyenletű sík és a koordinátasíkok által meghatározott tetraéder köré írt gömb egyenletét.
382. Vizsgálja meg a $\sqrt[3]{x^3 - 1}$ függvényt (értelmezési tartomány, zérushelyek, differenciálhatóság, monotonitás, konvexitás, értékkészlet), és ábrázolja a függvény grafikonját.
383. Adja meg az $(1+x)^{-1}$ függvény hatványsorát, és adja meg azt is, hogy ez a sor hol állítja elő a függvényt.
384. Van-e olyan másodfokú komplex polinom, amely az i értéket
- sehol sem veszi fel?
 - pontosan egy helyen veszi fel?
 - pontosan két helyen veszi fel?

- (d) pontosan három helyen veszi fel?
385. Adjon meg bijekciót a $(0, 1)$ és az \mathbb{R} halmazok pontjai között.
386. Mutasson példát olyan $(a_n)_{n \geq 1}$ sorozatra, amelyre
- $a_n \rightarrow 0$, de tetszőleges k pozitív egész esetén $(a_n)_{n \geq k}$ nem monoton;
 - $a_n \rightarrow \infty$ és $\frac{a_n}{n} \rightarrow \infty$;
 - $a_n \rightarrow \infty$ és $\frac{a_n}{n} \rightarrow 0$;
 - $|a_n| \rightarrow \infty$, $(\frac{a_n}{n})_{n \geq 1}$ korlátos, de nem konvergens.
387. Adjon meg olyan sorozatot, amelynek pontosan 2013 torlódási pontja van.
388. Adja meg kanonikus és trigonometrikus alakban az $\frac{1-i}{1+i}$ komplex számot.
389. Határozza meg az $f = x^2 + ix - 1 \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek négyzetösszegét.
390. Andi két szabályos kockával dob, Bandi pedig három szabályos kockával. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az öt dobott szám mind különböző?
391. Mekkora az egységnyi területű négyzetbe írható körbe írható szabályos háromszög területe?
392. Vizsgálja meg a $\sqrt[5]{1-x^3}$ függvényt (értelmezési tartomány, zérushelyek, differenciálhatóság, monotonitás, konvexitás, értékkészlet), és ábrázolja a függvény grafikonját.
393. Van-e olyan csoport, amelyben másodrendű és harmadrendű elem is van?
394. Igaz-e a következő állítás? *Ha A és B olyan négyzetes mátrixok, hogy $AB = 0$, akkor $A = 0$ vagy $B = 0$.*
395. Döntse el, hogy tautológia-e a következő formula: $p \rightarrow (\neg q \vee (\neg q \rightarrow \neg p))$.
396. Mutasson példát olyan $(a_n)_{n \geq 1}$ sorozatra, amelyre
- $a_n \rightarrow 0$, de tetszőleges k pozitív egész esetén $(a_n)_{n \geq k}$ nem monoton;
 - $a_n \rightarrow \infty$ és $\frac{a_n}{n^3} \rightarrow \infty$;
 - $a_n \rightarrow \infty$ és $\frac{a_n}{n^2} \rightarrow 0$;
 - $|a_n| \rightarrow \infty$, $(\frac{a_n}{n^4})_{n \geq 1}$ korlátos, de nem konvergens.
397. Adja meg az e^x függvény hatványsorát a 0 pont körül, és adja meg azt is, hogy ez a sor hol állítja elő a függvényt.
398. Adja meg kanonikus és trigonometrikus alakban az $\frac{1+i}{1-i}$ komplex számot.
399. Határozza meg az $f = x^4 - 1 \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek négyzetösszegét.
400. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón (amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot) az 5 kihúzott szám között 2 páros és 3 páratlan lesz?

401. Egy síkbeli $ABCD$ négyszög oldalainak felezőpontjai legyenek rendre E, F, G, H . Bizonyítsa be, hogy az EG és az FH szakaszok felezik egymást.
402. Számítsa ki $\sin(\arctg(3))$ pontos értékét.
403. Igazolja vagy cáfolja a következő állítást: $A \neg(p \rightarrow (q \wedge r))$ és $a (p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge \neg r)$ állítások ekvivalensek.
404. Igazolja vagy cáfolja a következő állítást: Ha A olyan esemény, melyre $0 < P(A) < 1$, akkor tetszőleges B esemény esetén $P(B | A) + P(B | \bar{A}) = 1$.
405. Határozza meg az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := \sin(x) + \cos(x)$ függvény értékkészletét. Vázlatosan ábrázolja a függvényt.
406. Adja meg az $f(x) := x^6 + x^5 - x^3 - 3x^2 - 2x - 2$ és a $g(x) := x^5 - 2x^3 - x^2 + 2$ polinomok legnagyobb közös osztóját.
407. Az $y = \frac{1}{x}$ hiperbola $(a, \frac{1}{a})$ pontjában húzott érintő és a koordinátatengelyek egy háromszöget határoznak meg. Mekkora a területe?
408. Adjon példát
- nemkommutatív csoportra;
 - zérusosztós gyűrűre.
409. Egy részeg matróz a számegyenesen hol jobbra, hol balra lép egy egységnyit az origóból indulva, véletlenszerűen, egyenlő valószínűséggel lépve jobbra vagy balra. Mi a valószínűsége annak, hogy 16 lépés után éppen a +6 pontban lesz?
410. Adjon meg olyan halmazt, amelynek számossága nagyobb, mint a kontinuum.
411. Bergengóciában 3 és 5 dukátos pénzermék vannak. Igazolja, hogy ezekkel bármilyen (egész dukátnyi) összeget ki lehet fizetni.
412. Az alábbi állítások közül melyik igaz tetszőleges A és B halmazok esetén?
- Ha A megszámlálható és $B \subset A$, akkor B is megszámlálható.
 - Ha A megszámlálható és $A \subset B$, akkor B is megszámlálható.
413. Adja meg az
- $$f(x) := \sqrt{\frac{4+2x}{1-2x}}$$
- függvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
414. Igazolja vagy cáfolja a következő állítást: Ha A olyan esemény, melyre $0 < P(A) < 1$, akkor tetszőleges B esemény esetén $P(B | A) + P(\bar{B} | A) = 1$.
415. Mutasson példát olyan háromszögekre, amelyek két-két oldala és egy szögük megegyezik, de a háromszögek nem hasonlóak.
416. Adjon példát olyan (végtelen) számtani sorozatra, amelyikben nincsen négyzetszám.

417. Igaz-e, hogy ha f folytonos a $(0, 1)$ nyitott intervallumon, akkor ott felveszi a szélsőértékei?
418. Számítsa ki a $P(10, 11, 12)$ pontnak az $x + 2y + z = 7$ egyenletű síkra vonatkozó merőleges vetületét.
419. Két szabályos kockával dobunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a dobott számok összege 7, feltéve, hogy a dobott számok összege páratlan?
420. Definiálja a páros gráf fogalmát.
421. Mekkora az egységnyi térfogatú gömbbe írható kockába írható gömb térfogata?
422. Van-e olyan csoport, amelyben van másodrendű elem, de nincs harmadrendű elem?
423. Igaz-e, hogy
- (a) ha az a_n^2 sorozat konvergens, akkor az a_n sorozat is az?
 - (b) ha az a_n^2 sorozat konvergens, akkor az $|a_n|$ sorozat is az?
424. Az alábbi állítások közül melyik igaz tetszőleges A és B halmazok esetén?
- (a) Ha A megszámlálható és $B \subset A$, akkor B is megszámlálható.
 - (b) Ha A kontinuum számosságú és $B \subset A$, akkor B is kontinuum számosságú.
 - (c) Ha A megszámlálható és $A \subset B$, akkor B is megszámlálható.
425. Adja meg az
- $$f(x) := \sqrt{\frac{4 + 2x}{1 - 2x}}$$
- függvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
426. Adjon példát olyan (végtelen) számtani sorozatra, mely egész számokból áll, és nincsen benne négyzetszám.
427. Igaz-e, hogy ha f folytonos a $[0, 1)$ intervallumon, akkor ott felveszi a szélsőértékeit?
428. Definiálja a páros gráf fogalmát.
429. Számítsa ki $\sin(\arctg(3))$ pontos értékét.
430. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón (amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot) két egymás utáni húzáson ugyanazt az 5 számot húzzák ki?
431. Mekkora az egységnyi térfogatú gömbbe írható kockába írható gömb térfogata?
432. Van-e olyan csoport, amelyben van másodrendű elem, de nincs harmadrendű elem?
433. Igaz-e, hogy
- (a) ha az a_n^2 sorozat konvergens, akkor az a_n sorozat is az?
 - (b) ha az a_n^2 sorozat konvergens, akkor az $|a_n|$ sorozat is az?

434. Az alábbi állítások közül melyik igaz tetszőleges A és B halmazok esetén?

- (a) Ha A megszámlálható és $B \subset A$, akkor B is megszámlálható.
- (b) Ha A kontinuum számosságú és $B \subset A$, akkor B is kontinuum számosságú.
- (c) Ha A megszámlálható és $A \subset B$, akkor B is megszámlálható.

435. Adja meg az

$$f(x) := \sqrt{\frac{4+2x}{1-2x}}$$

függvény értelmezési tartományát és értékkészletét.

436. Adjon példát olyan (végtelen) számtani sorozatra, mely egész számokból áll, és nincsen benne négyzetszám.

437. Igaz-e, hogy ha f folytonos a $[0, 1)$ intervallumon, akkor ott felveszi a szélsőértékeit?

438. Definiálja a páros gráf fogalmát.

439. Számítsa ki $\sin(\arctg(3))$ pontos értékét.

440. Mennyi a valószínűsége, hogy a hagyományos lottón (amelynél a 90 számból húznak ki 5 számot) két egymás utáni húzáson ugyanazt az 5 számot húzzák ki?

441. Hány olyan egyenes van, amely érinti az $x^2 + y^2 = 1$ és $(x - 2)^2 + y^2 = 1$ köröket? Adja meg ezeknek az egyeneseknek az egyenleteit!

442. Van-e olyan csoport, amelyben van másodrendű elem, de nincs harmadrendű elem?

443. Igaz-e, hogy

- (a) ha az a_n sorozat konvergens, akkor az $\frac{1}{a_n}$ sorozat is az?
- (b) ha az $\frac{1}{a_n}$ sorozat konvergens, akkor az a_n sorozat is az?

444. Az alábbi állítások közül melyik igaz tetszőleges A és B halmazok esetén?

- (a) Ha $A \cup B$ megszámlálható, akkor A és B is megszámlálható.
- (b) Ha $A \cap B$ megszámlálható, akkor A és B is megszámlálható.
- (c) Ha $A \cup B$ kontinuum számosságú, akkor A és B is kontinuum számosságú.
- (d) Ha $A \cap B$ kontinuum számosságú, akkor A és B is kontinuum számosságú.

445. Adja meg az

$$f(x) := \sqrt{\frac{4+2x}{1-2x}}$$

függvény értelmezési tartományát és értékkészletét.

446. Adjon példát olyan (végtelen) számtani sorozatra, mely pozitív egész számokból áll, nem nulla a differenciája, és nincsen benne négyzetszám.

447. Igaz-e, hogy ha az f függvény felveszi a szélsőértékeit a $[0, 1]$ intervallumon, akkor ott folytonos?
448. Definiálja a páros gráf fogalmát.
449. Számítsa ki $\sin(\arctg(3))$ pontos értékét.
450. Egy bolha a számegegyenes egész pontjaiban ugrál. A nullából indul, és minden lépésben az előző lépésektől függetlenül egységnyit ugrik pozitív vagy negatív irányba. Mennyi a valószínűsége, hogy
- 2013 lépés után megint a nulla pontban lesz?
 - 2014 lépés után megint a nulla pontban lesz?
451. Adott két kör a síkon. Lehet-e, hogy az olyan egyenesek száma, amelyek érintik mindkét kört
- 0?
 - 1?
 - 2?
 - 3?
 - 4?
 - végtelen?
452. Van-e olyan csoport, amelyben van negyedrendű elem, de nincs másodrendű elem?
453. Igaz-e, hogy
- ha $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty$, akkor az a_n sorozat konvergens?
 - ha az a_n sorozat konvergens, akkor $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| < \infty$?
454. Határozza meg az $1 + \sqrt{3}i$ komplex szám negyedik gyökeit.
455. Adja meg az $f(x) := \sqrt{\frac{1-2x}{2+x}}$ függvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
456. Igaz-e, hogy nincsen négyzetszám
- a $4n + 2$ sorozatban?
 - a $4n + 3$ sorozatban?
457. Igaz-e, hogy ha az f függvény
- folytonos a $(0, 1)$ intervallumon, akkor ott differenciálható?
 - differenciálható a $(0, 1)$ intervallumon, akkor ott folytonos?
458. Definiálja a fagráf fogalmát.
459. Számítsa ki $\cos(\arctg(-2))$ pontos értékét.

460. Egy bolha a sík egész koordinátájú pontjaiban ugrál. Az origóból indul, és minden lépésben az előző lépésektől függetlenül egységnyit ugrik a 4 lehetséges irányba valamelyik koordinátatengellyel párhuzamosan. Mennyi a valószínűsége, hogy

(a) 2013 lépés után megint az origóban lesz?

(b) 2014 lépés után megint az origóban lesz?

461. Egy sík párhuzamos az $\vec{a} = (1, 2, -1)$ és a $\vec{b} = (2, -1, 0)$ vektorokkal és átmegy az origón. Adja meg a sík egyenletét.

462. Határozza meg az $f = ix^2 + x - i \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek négyzetösszegét.

463. Két szabályos kockát feldobunk. Határozza meg a dobott számok különbségének várható értékét. (Mindig a nagyobból vonjuk ki a kisebbet.)

464. Igaz-e, hogy ha f folytonos a $(-1, 1]$ intervallumon, akkor ott felveszi a szélsőértékeit?

465. Van-e olyan racionális együtthatós polinom, amelynek

(a) két különböző racionális és egy irracionális gyöke van;

(b) két különböző irracionális és egy racionális gyöke van?

466. Vázlatosan ábrázolja az

$$f(x) := \frac{1}{1 + 2^{1/x}}$$

függvényt. Adja meg az értékkészletét.

467. Van-e olyan csoport, amelyben van negyedrendű elem, de nincs másodrendű elem?

468. Legyen $\varepsilon > 0$. Egy (a_n) sorozatról azt tudjuk, hogy

$$\forall \varepsilon \quad \exists \nu \quad \exists n > \nu \quad : \quad |a_n - 2| < \varepsilon.$$

Az alábbi állítások közül a) melyek *biztosan* igazak; b) melyek *lehetnek* igazak:

(a) A sorozatnak van határértéke;

(b) a sorozatnak van torlódási pontja;

(c) a sorozat korlátos.

469. Bizonyítsa be az alábbi állítást:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + 2 \cdot \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

470. (a) Írja fel a tízes számrendszerbeli 2014 számot hármasszámrendszerben.

(b) Írja fel az ötös számrendszerbeli 2014 számot tízes számrendszerben.

471. Egy sík párhuzamos az $\vec{a} = (-1, 2, 1)$ és a $\vec{b} = (0, -1, 2)$ vektorokkal és átmegy az origón. Adja meg a sík egyenletét.

472. Határozza meg az $f = ix^2 + x - i \in \mathbb{C}[x]$ polinom gyökeinek köbösszegét.
473. Mi a valószínűbb: az ötöslottón 2 találatot, vagy a hatoslottón 3 találatot elérni?
474. Igaz-e, hogy ha f felveszi a szélsőértékeit a $[-1, 1]$ intervallumon, akkor ott folytonos?
475. Van-e olyan másodfokú komplex polinom, amely a $-i$ értéket
- sehol sem veszi fel?
 - pontosan egy helyen veszi fel?
 - pontosan két helyen veszi fel?
 - pontosan három helyen veszi fel?
476. Vázlatosan ábrázolja az
- $$f(x) := \log_2 \frac{4x - 5}{x - 1}$$
- függvényt. Adja meg az értékkészletét.
477. Egy csonka gúla alaplapja olyan négyzet, melynek oldala 20 centiméter, fedőlapja pedig olyan négyzet, melynek oldala 10 centiméter hosszú. A gúla oldalélei $10\sqrt{2}$ centiméter hosszúak. Mekkora a gúla térfogata?
478. Adja meg az e^x függvény hatványsorát a 0 pont körül, és adja meg azt is, hogy ez a sor hol állítja elő a függvényt.
479. Adja meg a legkisebb olyan háromjegyű számot, amelynek 4-es maradéka 2, 3-as maradéka 1, és 5-ös maradéka 4.
480. Számítsa ki $\sin(\arctg(3))$ pontos értékét.
481. Józsi bácsi székéren megy hazafelé a 20 km-re lévő falujába. A székér jól meg van rakva, ezért csak 2 km-t tesz meg óránként. Józsi bácsi kutyája háromszor ilyen gyorsan szaladgál a székér elejétől a hátuljáig és vissza. Mekkora távolságot tesz meg a kutya, mire Józsi bácsi hazaér?
482. A barátunk befestette egy szabályos dobókocka két oldalát pirosra. a többit kékre. A kockát dobálva várhatóan a hanyadik dobásra kap pirosat?
483. Adjon példát olyan racionális együtthatós hetedfokú polinomra, mely irreducibilis a racionális számtest fölött.
484. Adjon meg bijekcót a valós számok halmaza és a $(-1, 0) \cup [1, 2)$ halmaz pontjai között.
485. Válasszuk ki az egységkocka három kitérő élét. Mekkora területű az ezen élek felezőpontjai által meghatározott háromszög?
486. Igaz-e, hogy ha egy valós számsorozat konvergens, akkor mindig van legnagyobb eleme?
487. Adjon meg három olyan egész számot, melyek generálják az egész számok csoportját, de közülük bármely kettőt választva, azok valódi részcsoporthat generálnak.

488. Adjon meg olyan valós számsorozatot, amelynek végtelen sok torlódási pontja van.
489. Vizsgálja meg a $\sqrt{x(1-x)}$ függvényt (értelmezési tartomány, monotonitás, értékészlet, konvexitás, differenciálhatóság), és ábrázolja a függvény grafikonját.
490. Egy kockát kettévágunk egy síkkal, mely átmegy a kocka középpontján és merőleges az egyik testátlóra. Igaz-e a keletkező két poliéder valamelyikére, hogy a csúcsaiból és éleiből álló gráfban van Hamilton kör?
491. Egy sík párhuzamos az $\vec{a} = (1, 2, -1)$ és a $\vec{b} = (2, -1, 0)$ vektorokkal és átmegy az origón. Adja meg a sík egyenletét.
492. Egy csonka gúla alaplapja olyan négyzet, melynek oldala 20 egység; fedőlapja pedig olyan négyzet, melynek oldala 10 egység hosszú. A gúla oldalélei $10\sqrt{2}$ hosszúak. Mekkora a gúla térfogata?
493. Két szabályos kockát feldobunk. Határozza meg a dobott számok különbségének várható értékét. (Mindig a nagyobból vonjuk ki a kisebbet.)
494. Van-e olyan racionális együtthatós polinom, amelynek
- két különböző racionális és egy irracionális gyöke van;
 - két különböző irracionális és egy racionális gyöke van?
495. Egy (a_n) sorozatról azt tudjuk, hogy

$$\forall \varepsilon \exists \nu \exists n > \nu : |a_n - 2| < \varepsilon.$$

Az alábbi állítások közül a) melyek *biztosan* igazak; b) melyek *lehetnek* igazak:

- A sorozatnak van határértéke;
 - a sorozatnak van torlódási pontja;
 - a sorozat korlátos.
496. Melyek azok az n számok, $40 \leq n \leq 50$, amelyekre igaz, hogy az n pontú teljes gráfban van Euler-kör?
497. Igazolja, hogy egy tetszőleges összefüggő gráf élein körbe lehet sétálni úgy, hogy minden élen pontosan kétszer megyünk végig.

498. Vázlatosan ábrázolja az

$$f(x) := \frac{1}{1 + 2^{1/x}}$$

függvényt. Adja meg az értékészletét.

499. Vázlatosan ábrázolja az

$$f(x) := \log_2 \frac{4x - 5}{x - 1}$$

függvényt. Adja meg az értékészletét.

500. Adja meg a legkisebb olyan háromjegyű számot, amelynek 4-es maradéka 2, 3-as maradéka 1 és 5-ös maradéka 4.
501. Mi a valószínűbb: az ötöslottón 2 találatot, vagy a hatoslottón 3 találatot elérni?
502. Definálja a (folytonos) valószínűségi változó sűrűségfüggvényének fogalmát.
503. Számolja ki $\sin(\arctg 2)$ pontos értékét.
504. Tudjuk, hogy egy gráfban van nem záródó Euler-vonal. Mit mondhatunk a gráf fokszámairól?
505. Bontsa fel az $\mathbf{a}(4, 2, -3)$ vektort a $\mathbf{b}(5, 4, 7)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges összetevőre.
506. Léteznek-e olyan a, b, c egész számok, amelyekre az $ax + by = c$ diofantoszi egyenletnek pontosan 2010 megoldása van?
507. Készítsen olyan háromváltozós ítéletkalkulusbeli formulát, amely akkor és csak akkor igaz, ha a benne előforduló változók közül pontosan egy igaz.
508. A $[0, 1]$ intervallumban egyenletes eloszlás szerint, egymástól függetlenül választunk két pontot. Mi a valószínűsége annak, hogy távolságuk $1/3$ -nál kisebb lesz?
509. Mutasson példát olyan hatványsorra, amely a $(-3, 3]$ intervallumon konvergens, másutt nem.
510. ábrázolja a $\log_{1/2}(1 + 2x)^2$ függvényt.
511. Adja meg kanonikus alakban a hatodik egységgyököket. Melyek közülük a primitív egységgyökök?
512. Adottak az $\mathbf{a}(6, 2, -3)$ és a $\mathbf{b}(-3, 6, -2)$ vektorok. Határozza meg a \mathbf{c} vektort úgy, hogy az $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ vektorok egy kockát feszítsenek ki.
513. Adja meg az $f(x) := \log_{(1/3)} \frac{9-3x}{x-2}$ függvény inverzét, valamint az inverzfüggvény értelmezési tartományát és értékkészletét.
514. Mutasson példát olyan a_n, b_n sorozatokra, amelyekre igaz, hogy
- (a) $a_n \rightarrow \infty, b_n \rightarrow 0$, és $a_n \cdot b_n \rightarrow \infty$;
 - (b) $a_n \rightarrow \infty, b_n \rightarrow 0$, és $a_n \cdot b_n \rightarrow 0$;
 - (c) $a_n \rightarrow \infty, b_n \rightarrow 0$, és az $a_n \cdot b_n$ sorozat korlátos, de nem konvergens.
515. András és Béla egy pénzérmét dobálnak fel. Ha előbb jön ki a FejFej egymás után, András nyer 20 Ft-ot, ha az ÍrásFej jön ki előbb, Béla nyer 20 Ft-ot. (Addig dobálnak, amíg nem nyer valamelyikük.) Mekkora András várható nyeresége?
516. Egy kétjegyű számot háromszor egymás mellé írunk (pl. 252525). Igaz-e, hogy az így kapott hatjegyű szám mindig osztható 13-mal?

517. Adja meg a $2x + 3y = 5$ egyenlet összes egész megoldását.
518. Adjon meg kölcsönösen egyértelmű hozzárendelést a $(0, 1) \times (0, 1)$ nyílt egységnyezet és a $(0, 1)$ nyílt intervallum pontjai között.
519. Fogalmazza meg az alábbi állítás tagadását: *Nincs olyan szerelem, ami el nem múlik.*
520. Irreducibilis-e az $x^3 + 3x + 1$ polinom a valós számok teste fölött?
521. Milyen transzformáció a szabályos háromszög a, b, c oldalegyenesére vett $\sigma_a, \sigma_b, \sigma_c$ tükrözések $\sigma_a\sigma_b\sigma_c$ egymásutánja?
522. Definiálja a (folytonos) valószínűségi változó sűrűségfüggvényének fogalmát.
523. Számolja ki $\sin(\arctg 3)$ pontos értékét.
524. Hány olyan háromjegyű szám van, amiből akár kivonjuk, akár hozzáadjuk a számjegyeinek az összegét, mindenképpen olyan számot kapunk, amelyben minden számjegy ugyanaz?
525. Bontsa fel az $\mathbf{a}(4, 2, -3)$ vektort a $\mathbf{b}(5, 4, 7)$ vektorral párhuzamos és arra merőleges összetevőre.
526. Adjon példát olyan valós együtthatós polinomra, amelynek az i és az $1 + i$ komplex számok gyökei.
527. Adott a térben egy közös egyenesre illeszkedő öt sík. Milyen transzformáció az ezekre vonatkozó öt tükrözés szorzata?
528. Adjon példákat olyan A és B eseményekre, amelyekre a) $P(A|B) = P(A)$; b) $P(A|B) < P(A)$; c) $P(A|B) > P(A)$.
529. Mutasson példát olyan függvényre, amely a $[2, 3]$ intervallumon nem folytonos, de integrálható (Riemann-értelemben). Adja meg az integrál értékét.

530. ábrázolja az

$$f(x) := \log_{1/3} \frac{1}{(1 + 2x)^2}$$

függvényt.

531. Határozza meg az $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix inverzét.