

# Szőkefalvi Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LX. esztendő

2023-2024. tanév

11. évfolyam

II. forduló

1. Az  $ABC$  derékszögű háromszög befogóinak hossza:  $BC = 6$  cm,  $AC = 8$  cm. Jelölje a  $C$  csúcsból induló magasság talppontját  $T$ , a háromszög köré írt körének középpontját  $O_1$ , és a beírt kör középpontját  $O_2$ . Legyen  $P$  a  $C$  csúcsból induló szögfelező metszéspontja az  $AB$  átfogóval. Számítsuk ki az  $AO_1$ ,  $O_1P$ ,  $TP$ ,  $TB$ ,  $O_2C$ , és a  $d(O_2; AC)$  távolságokat.

2. Bizonyítsuk be, hogy ha az  $\overline{abc}$  háromjegyű szám osztható 37-tel, akkor a  $\overline{bca}$  háromjegyű szám is osztható 37-tel. (A két számban az azonos betűk azonos számjegyet jelölnek.)

3. Oldjuk meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán.

$$(4^x + 25^x) \cdot (25^x + 49^x) \cdot (49^x + 4^x) = \frac{2}{1225} \cdot 4900^{x+1}$$

4. Számítsuk ki az alábbi 44 tényező szorzat számértékét.

$$(1 + \operatorname{tg}1^\circ) \cdot (1 + \operatorname{tg}2^\circ) \cdot (1 + \operatorname{tg}3^\circ) \cdot \dots \cdot (1 + \operatorname{tg}44^\circ)$$

5. Mi a szükséges és elegendő feltétele annak, hogy egy pozitív egész szám páratlan osztóinak összege nagyobb legyen a páros osztói összegénél? (A választ indokolni kell.)

6. Egy 100 oldalú konvex sokszög belsejében nincs olyan pont, amelyen a sokszög kettőnél több átlója haladna át. Hány metszéspontja van a sokszög átlóinak a sokszög belsejében?