

**Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LIX. esztendő**

**2022-2023. tanév**

**9. évfolyam**

**II. forduló**

**1.** Ha 10 tyúk 6 nap alatt 24 kg búzát eszik meg, és 15 tyúk 8 nap alatt 90 tojást tojik, akkor hány dekagramm búza elfogyasztása szükséges 1 tojáshoz?

**2.** Hányszorosa az  $1+2+3+\dots+2022$  összeg a  $-1+2-3+\dots+2022$  összegnek? (A második összegben váltakoznak az előjelek.)

**3.** Keressük meg az összes olyan  $\overline{abcd}$  alakú, tízes számrendszerbeli négyjegyű természetes számot, amely számjegyeire igaz, hogy

$$a^2 + b^2 = 10c + 4d + 24 \quad \text{és} \quad c^2 + d^2 = 4a + 18b - 137.$$

**4.** Mennyi az  $a^4 + b^4$  kifejezés minimuma és maximuma, ha az  $a$  és  $b$  valós számokra teljesül, hogy  $a^2 + b^2 = 8$ . Milyen  $a$  és  $b$  értékek mellett veszi föl a kifejezés a minimumát illetve a maximumát?

**5.** Az  $ABC$  háromszög magasságaira teljesül, hogy kettő-kettő összegének aránya  $27:32:35$ . Hogyan aránylanak egymáshoz a háromszög oldalai?

**6.** Mely valós számok halmazán értelmezett elsőfokú  $f$  függvényre igaz, hogy

$$5f(x) + f(2-x) = 12x + 36?$$