

# Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LIX. esztendő

2022-2023. tanév

10. évfolyam

I. forduló

1. Egy londoni klubba egymás után érkeznek a vendégek, de nem fog mindenki kezét mindenkivel. Megfigyelték, hogy az első és az utolsó ember kivételével mindenki ugyanannyi emberrel fogott kezét a bent lévők közül, mint az utána érkezők közül. Bizonyítsuk be, hogy az első és az utolsó érkező ugyanannyi emberrel fogott kezét.
2. Az  $ABC$  derékszögű háromszög  $AB$  átfogóján felvett  $P$  pont merőleges vetülete az  $AC$  és a  $BC$  befogóra rendre  $X$  illetve  $Y$ . Az  $AY$  és  $BX$  egyenesek metszéspontja  $K$ . Bizonyítsuk be, hogy az  $ABK$  háromszög területe egyenlő a  $CXKY$  négyszög területével.
3. Mely  $p$  és  $q$  valós paraméterek mellett lesznek az  $x^2 + (2 - p^2)x + 4q + 5 = 0$  egyenlet valós megoldásai 3-mal nagyobbak az  $x^2 - 2px + 2q - 8 = 0$  egyenlet valós megoldásainál?
4. Az  $ABC$  egyenlőszárú háromszögben  $AC = BC$  és a  $C$  csúcsnál lévő szög  $40^\circ$ -os. A háromszög egy belső  $P$  pontjára igaz, hogy  $\angle PAB = 50^\circ$ , valamint  $\angle PBA = 30^\circ$ . Hány fokal a  $BPC$  szög?
5. Vegyünk fel  $n$  darab 0-tól különböző valós számot. Hányat válasszunk közülük negatívnak illetve pozitívnak, hogy képezve az összes páronkénti szorzataikat, a lehető legtöbb esetben kapjunk negatív eredményt?
6. Oldjuk meg a valós számok halmazán az  $x^{10} - 10x + 9 = 0$  egyenletet.