

# Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LVII. esztendő

2018-2019. tanév

9. évfolyam

I. forduló

1. Határozzuk meg a következő egyenlőtlenség egész megoldásait.

$$\left| \frac{x}{2} + 5 \right| \geq \frac{3x}{2} + 1$$

2. Egy négyszögről a matematikaórán a következő állítások hangoznak el:

Aladár: „négyzet”;

Bea: „paralelogramma”;

Csaba: „trapéz”;

Dani: „deltoid”.

A tanár megállapítja, hogy három állítás igaz, egy hamis. Melyik állítás hamis, és mit mondhatunk a négyszögről?

3. Határozzuk meg azokat az egész számokból álló rendezett  $(x; y)$  számpárokat, amelyek kielégítik az alábbi egyenletet.

$$2x^2y^2 + y^2 = 6x^2 + 12$$

4. Az  $ABC$  derékszögű háromszög  $AB$  átfogóját a háromszögbe írt kör  $D$ -ben érinti. Igazoljuk, hogy a háromszög területe megegyezik annak a téglalpnak a területével, amelynek két szomszédos oldala  $AD$  és  $BD$ .

5. Bizonyítsuk be, hogy bárhogyan helyezünk el 11 darab bástyát egy  $8 \times 8$ -as sakktábla különböző mezőire, mindig lesz közöttük legalább egy, amelyik legalább két másikat üt. (Két bástya akkor üti egymást, ha ugyanabban a sorban, vagy ugyanabban az oszlopban vannak és nincs közöttük további bástya.)

6. Két városból,  $A$ -ból és  $B$ -ből egyszerre indul el egymással szemben egy zónázó személyvonat és egy tehervonat. Amikor a személyvonat  $B$ -be ér, akkor onnan egy intercity indul  $A$ -ba, ahová a tehervonattal egyszerre érkeznek. Az  $A$  és  $B$  közötti vasúti pálya felénél található kamera felvételei alapján megállapítható, hogy ott a személyvonat áthaladása után 10 perccel haladt át a tehervonat, majd újabb 20 perc múlva követte az intercity. A intercity átlagsebessége  $120 \text{ km/h}$ . Hány kilométer hosszú a vasúti pálya  $A$  és  $B$  között? Mekkora a zónázó személyvonat és a tehervonat átlagsebessége?