

Szőkefalvi-Nagy Gyula Matematika Emlékverseny LIV. esztendő

2015-2016. tanév

9. évfolyam

II. forduló

1. Határozzuk meg azokat az egész számokból álló rendezett $(x; y)$ számpárokat, amelyekre
 $2xy - 5x + y = 41$.

2. Az $ABCD$ négyszögben $AB = AD$, a BAD szög 60° -os, a BCD szög pedig 120° -os. Igazoljuk, hogy $BC + CD = AC$.

3. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet.

$$\left[\frac{x}{2} \right] + \left[\frac{2x}{3} \right] = x$$

($[a]$ az a -nál nem nagyobb, legnagyobb egész számot jelöli.)

4. Vonalzó nélkül, csak körzővel szerkesztünk két olyan kört, amelyek merőlegesen metszik egymást, azaz az egyes metszéspontokban a két körhöz húzott érintők merőlegesek egymásra.

5. Egy szabályos ötszög mindegyik oldalát kiszínezzük három adott szín valamelyikével. Hányféleképpen tehetjük ezt meg, ha két színezést nem tekintünk különbözőnek, ha forgatással egymásba vihetők?

6. Adott a $H = \{1; 2; 3; 5; 10; 20; 25; 50\}$ halmaz. Bizonyítsuk be, hogy H elemei közül kiválasztható négy szám úgy, hogy 1-től 120-ig minden pozitív egész szám előáll a kiválasztott négy számból képzett legfeljebb héttagú összegként.