

Egy mátrix- és egy geometriai probléma

Gehér György Pál

Jelölje H_n az $n \times n$ -es önadjungált (Hermite szimmetrikus) mátrixok terét. Molnár Lajos és Werner Timmermann 2011-ben $n \geq 3$ esetén leírta azon bijektív $\phi: H_n \rightarrow H_n$ transzformációkat, melyek megőrzik a kommutátor normáját, azaz

$$\|[A, B]\| = \|\phi(A), \phi(B)\| \quad (A, B \in H_n)$$

teljesül, ahol $[A, B] = AB - BA$ ([4]). Furcsának tűnhet, de a probléma két-dimenziós verziója nyitva maradt. Előadásomban először erről a két-dimenziós mátrixproblémáról szeretnék beszélni. Kitérnék arra is, hogy miért is lehet nehéz egy alacsony dimenziós probléma annak ellenére, hogy magas dimenziós verzióját kezelhetjük.

A fenti problémán 2013 tavaszán kezdtem el gondolkodni. Kutatásaim során kiderült, hogy a fenti mátrixprobléma erősen kapcsolódik a következő T. Rassias és P. Wagner által 2003-ban felvetett problémához: írjuk le azon $\phi: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ transzformációkat, melyek megőrzik bármely két helyvektor által kifeszített paralellogramma területét.

Előadásomban el szeretném mondani a Molnár-Timmermann és a Rassias-Wagner kérdések megoldásának főbb lépéseit. Ha a végén marad idő, akkor kitérek a paralellogrammás probléma egy k -parallelepipedonos verziójára is.

References

- [1] Gy. P. Gehér and G. Nagy, Maps on classes of Hilbert space operators preserving a measure of commutativity, *Linear Algebra and its Applications*, **463** (2014), 205–227.
- [2] Gy. P. Gehér, Maps on real Hilbert spaces preserving the area of parallelograms and a preserver problem on self-adjoint operators, submitted.
- [3] L. Molnár and P. Šemrl, Nonlinear commutativity preserving maps on self-adjoint operators, *Quart. J. Math.* **56** (2005), 589–595.
- [4] L. Molnár and W. Timmermann, Transformations on bounded observables preserving measure of compatibility, *Int. J. Theor. Phys.* **50** (2011), 3857–3863.
- [5] T. M. Rassias and P. Wagner, Volume preserving mappings in the spirit of the Mazur-Ulam theorem, *Aequationes Math.* **66** (2003), no. 1–2, 85–89.
- [6] P. Šemrl, Nonlinear commutativity-preserving maps on Hermitian matrices, *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh*, **138A** (2008), 157–168.