Rényi parkolási problémája újragondolva

2014. május 22.

Simányi Nándor

University of Alabama at Birmingham, USA

Rényi parkolási problémája (vagyis az egydimenziós szekvenciális intervallum pakolási probléma) 1958-ra nyúlik vissza, amikor Rényi a következő véletlen folyamatot tanulmányozta: Vegyünk egy x hoszszúságú I intervallumot, és egymás után véletlenszerűen pakoljunk bele diszjunkt egységintervallumokat mindaddig, amíg van lehetőség újabb elhelyezésére. Az intervallumok által lefedett rész mértékének várható értéke legyen $M(x)$. Ekkor a relativ feltöltöttség várható értéke $M(x)/x$.

Ennek a véletlen folyamatnak a diszkretizált változatát vizsgáltuk, melyben $(k+1)$ egész számból álló diszjunkt blokkok töltik fel az $\{1, 2, \ldots, n+2k-1\}$ diszkrét $1D$-rácsintervallumot, de a nemrég megjelent Gargano–Weisenseel–Malerba–Lewinter cikk eredményeivel szemben esetünkben a kizárási folyamat szimmetrikus, így természetesebb.

Továbbá hasznos rekurzív képleteket sikerült előállítanunk a szomszédos blokkok közti r-rések $(0 \le r \le k)$ számának várható értékére. Ezen várható értékekhez nagyon gyorsan konvergáló sorozatokat és kiterjedt számítógépes szimulációkat is előállítottunk úgy, hogy a limesz töltési sűrűség a hosszú intervallumon (amint $n \to \infty$) éppen $0,7475979203\ldots$, a híres Rényi-féle parkolási állandó.

Az előadás alapja közös munka Matthew P. Clay-jel, Georgia Institute of Technology.

Rényi's parking problem revisitied

22 May 2014

Nándor Simányi

University of Alabama at Birmingham, USA

Rényi's parking problem (or $1D$ sequential interval packing problem) dates back to 1958, when Rényi studied the following random process: Consider an interval I of length x, and sequentially and randomly pack disjoint unit intervals in I as long as the remaining space permits placing any new segment. The expected value of the measure of the covered part of I is $M(x)$, so that the ratio $M(x)/x$ is the expected filling density of the random process.

Following a relatively recent paper by Gargano, Weisenseel, Malerba and Lewinter, we studied the discretized version of the above process by considering the packing of the $1D$ discrete lattice interval $\{1, 2, \ldots, n+2k-1\}$ with disjoint blocks of $(k+1)$ integers but, as opposed to the mentioned Gargano et al. result, our exclusion process is symmetric, hence more natural.

Furthermore, we were able to obtain useful recursion formulas for the expected number of r-gaps $(0 \le r \le k)$ between neighboring blocks. We also provided very fast converging series and extensive computer simulations for these expected numbers, so that the limiting filling density of the long line segment (as $n \to \infty$) is Rényi's famous parking constant, $0.7475979203\ldots$.

The talk is based upon a joint work with Matthew P. Clay, Georgia Institute of Technology.