

EREDMÉNYEK A FINSLER-TEREK HOLONÓMIÁJÁRÓL

2014. április 10.

Muzsnay Zoltán

Debrecen, Magyarország

Kivonat

A Riemann- illetve Finsler-terek holonómia csoportja a zárt görbék mentén vett párhuzamos eltolások által generált csoport. A Riemann-féle holonómia csoportokat igen alaposan tanulmányozták, és mára ezek teljes klasszifikációja ismert. A Finsler-sokaságok holonómia tulajdonságairól egyelőre nagyon keveset tudunk, de az az eddigi vizsgálatainkból is kiderült, hogy ezen sokaságok holonómia tulajdonságai nagyon eltérhetnek a Riemann-terek holonómia tulajdonságaitól.

Ebben az előadásban megmutatjuk, hogy bizonyos 2-dimenziós konstans görbületű síkprojektív Finsler sokaságok holonómia csoportja végtelen dimenziós, és a holonómia csoport topológikus lezártja izomorf a kör irányítástartó diffeomorfizmus-csoportjával. A Finsler sokaságok ezen osztálya tartalmazza a Funk-féle konstans negatív görbületű síkot, illetve a Bryant-Shen-féle konstans pozitív görbületű gömböket is. Ezek az első olyan eredmények, melyek bizonyos végtelen dimenziós Finsler-féle holonómia csoportok struktúráját teljesen leírják.

Megmutatjuk továbbá, hogy az egyszerűen összefüggő konstans görbületű síkprojektív Finsler sokaságok holonómia csoportja pontosan akkor véges dimenziós Lie csoport, ha görbülete zérus, vagy ha a tér Riemann típusú. Így egy nem zérus, konstans görbületű síkprojektív nem Riemann típusú Finsler sokaság holonómia csoportja végtelen dimenziós.

Az előadás a Nagy Péterrel (Óbudai Egyetem) végzett közös kutatás eredményein alapul.

RESULTS ON THE HOLONOMIES OF FINSLER SPACES

10 April 2014

Zoltán Muzsnay

Debrecen, Hungary

Abstract

The notion of the holonomy group of a Riemannian or Finslerian manifold can be introduced in a very natural way: it is the group generated by parallel translations along loops. The Riemannian holonomy groups have been extensively studied and by now, the complete classification of Riemannian holonomy groups is known. The holonomy properties of Finsler spaces is, however, essentially different from the Riemannian one, and it is far from being well understood.

In this talk we show that the topological closure of the holonomy group of a certain class of projectively flat Finsler 2-manifolds of constant curvature is infinite dimensional and isomorphic to the connected component of the diffeomorphism group of the circle. This class of 2-manifolds contains the standard Funk plane of constant negative curvature and the Bryant-Shen-spheres of constant positive curvature. The result provides the first examples describing completely infinite dimensional Finslerian holonomy structures. We also prove that the holonomy group of a simply connected locally projectively flat Finsler manifold of constant curvature is a finite dimensional Lie group if and only if it is flat or it is Riemannian. In particular, the holonomy group of non-Riemannian projective Finsler manifolds of nonzero constant curvature is infinite dimensional.

The talk is based upon a joint work with Péter T. Nagy, Institute of Applied Mathematics, Óbuda University.