

# Szeghy Dávid

(Kerékjártó Geometriai Szeminárium, 2013. 10. 10.)

## Infinitezimális orbit típus tételek

Az első tétel, mely egy Lie csoport hatásnál az orbitokat klasszifikálta a D. Montgomery, H. Samelson és C. T. Yang-tól származó Principális orbit típus tétel volt. (Mely szerint van egy olyan orbit típus, hogy az ilyen típusú orbitok uniója egy sűrű nyílt halmazt alkot.) Ez a tétel először kompakt Lie csoportok esetén volt igazolva, majd R. S. Palais-nak köszönhetően un. rendes csoport hatások esetén is. (Egy rendes csoport hatás szintén valamilyen kompaktsági feltételt takar.) Sajnos ez a feltétel sok érdekes esetben, pl. szemi-Riemann sokaságokon vett izometrikus hatások esetén, túl erős. Ahogyan azt példák is mutatják, egy direkt általánosítás ebben az esetben nem is lehetséges. Ebben az előadásban az infinitezimális orbit típus segítségével adunk meg egy gyenge általánosítást bizonyos feltételek megléte mellett. Ezek a feltételek Riemann sokaságokon vett izometrikus hatások esetén automatikusan teljesülni fognak. Példákon keresztül láthatjuk majd, hogy mért nem lehetséges a tétel általánosítása. A Lorentz esetet fogjuk mélyebben vizsgálni, leírjuk a nem-normalizálható orbitokat, melyek miatt nem lehetséges az általánosítás, és ezen vizsgálódások fognak elvezetni minket egy sejtés megfogalmazásához, mely Lorentz esetben valamilyen értelemben mégis csak a Principális orbit típus tétel általánosításának felel meg.

## Infinitesimal Orbit types theorems

The first result concerning the classification of orbits of a group action was achieved by D. Montgomery, H. Samelson and C. T. Yang, who proved the principal orbit type theorem. The result was proved in case of a compact Lie group action. An extension of this result was possible to isometric actions of non-compact Lie groups on Riemannian manifolds, when R. S. Palais introduced the concept of proper action. However, the concept of proper action in case of an isometric action on a semi-Riemannian manifold is too restrictive. Even in case of an isometric action on a Lorentz manifold the straightforward generalization of the principal orbit type theorem is not possible. In this talk, we will use the concept of infinitesimal orbit type to state a kind of weak extension of the principal orbit type theorem under some assumptions, which naturally hold in case of an isometric action on a Riemannian manifold. We give several examples to show the difficulties of a strong extension, investigate deeply the Lorentzian case, i.e when a Lie group acts isometrically on a Lorentzian manifold, describe the non-normalizable orbits, which are the obstacle of a strong extension and which will lead us to a conjecture, which will be the strong extension in some sense of the principal orbit type theorem.