

Berwald-sokaságok – és néhány lépés tovább

Szilasi József (Debrecen)

A Finsler-sokaságok fogalmilag legegyszerűbb és legtermészetesebb osztályát a Berwald-sokaságok képezik. Egy V. Matveev által felvetett kérdést megválaszolva megmutatjuk, hogy a Berwald-sokaságok olyan (M, F, D) hármasként értelmezhetők, ahol (M, F) egy Finsler-sokaság, D M -en adott torziómentes kovariáns deriválás, és teljesül, hogy a D szerinti párhuzamos eltolások megőrzik az érintővektorok Finsler-normáját. (Ha elejtjük D torziómentességének követelményét, az ún. általánosított Berwald-sokaságok osztályához jutunk.) Bizonyításunk kulcsa az az alapvető tény, miszerint minden Finsler-sokaságon *egyértelműen* létezik ún. kanonikus konnexió.

Ha (M, F, D) Berwald-sokaság, akkor M -en létezik olyan Riemann-metrika, hogy a hozzá tartozó Levi-Civita derivált éppen a D kovariáns derivált. (Ez a fontos észrevétel Szabó Zoltánnak köszönhető.) Az így kapott Riemann-sokaság geodetikusai megegyeznek az (M, F) Finsler-sokaság geodetikusaival. Megmutatjuk, hogy ez a konstrukció akkor is működik, ha Finsler-függvény helyett általánosabb, ún. gauge-függvényt veszünk alapul.

Berwald manifolds – and some steps beyond

J. Szilasi (Debrecen)

The most natural and conceptually simplest class of Finsler manifolds is the class of Berwald manifolds. Giving an answer to a question of V. Matveev, we show that a Berwald manifold can be defined as a triplet (M, F, D) , where (M, F) is a Finsler manifold and D is a torsionfree covariant derivative on M such that the parallel translations with respect to D preserve the Finslerian norms of the tangent vectors to M . (Rejecting the requirement of torsionfreeness of D , we arrive at the class of generalized Berwald manifolds.) The key of our proof is the *uniqueness* of the canonical connection of a Finsler manifold.

If (M, F, D) is a Berwald manifold, then there is a Riemannian metric on M whose Levi-Civita derivative is just the covariant derivative D . (This important observation is due to Z. I. Szabó.) The geodesics of the so obtained Riemannian manifold coincide with the geodesics of (M, F) . We generalize Szabó's construction to the case when the Finsler function is replaced by a more general *gauge function*.