

Lángi Zsolt

(Kerékjártó Geometriai Szeminárium, 2013. 06. 16.)

Konvex testek robusztussága

Testek egyensúlyi helyzeteinek vizsgálatánál természetesen adódó kérdés, hogy mekkora csonkolást kell véghez vinni ahhoz, hogy megváltoztassuk az egyensúlyi pontjainak számát. A szükséges levágandó rész térfogatának a test térfogatához viszonyított arányát hívjuk a test *robusztusságának*. Bár az ismert, hogy infinitezimális méretű csonkolással lehet létrehozni egyensúlyi pontokat, könnyen látható, hogy az egyensúlyi pontok számát csökkenteni nem lehet hasonló módon. Az ehhez szüksége levágandó rész relatív térfogatát hívjuk *alsó robusztusságnak*. Egy test alsó robusztusságának meghatározásánál az egyik nehézség az, hogy a tömegközéppont és a test alakja egy csatolt rendszert alkot, azaz a test megváltoztatása megváltoztatja a tömegközéppontot. Az előadás célja, hogy megmutassuk, hogy a szétcsatolt problémánál (azaz fix tömegközéppontot vagy fix alakot tekintve) mindkét esetben a szabályos sokszögek robusztussága maximális. Az előadásban belátjuk, hogy hasonló állítás térben szabályos poliéderekre csak extra feltétel esetén érvényes, illetve megvizsgáljuk a teljes (csatolt) problémát kevés egyensúlyi ponttal rendelkező testekre. Végül megmutatjuk, hogy az eredményeink miért magyarázhatják, hogy a természetben olyan ritkán fordul elő egy stabil, vagy instabil ponttal rendelkező kavics.

Az előadás anyaga Domokos Gáborral közös munka eredménye.

The robustness of convex solids

In the investigation of the static equilibrium points of a convex solid it is a natural question to determine the size of a minimal truncation that changes the number of equilibrium points. We call the volume of the truncated part, relative to the volume of the solid, the *robustness* of the solid. Whereas it is known that one can create new equilibrium points using an infinitesimally small truncation, it is easy to see that it is not possible to decrease their number in a similar way. The minimal relative volume of a truncation necessary for the latter case is called the *downward robustness* of the body. The difficulty of determining the downward robustness of a body partly arises from the fact that the center of gravity and the shape of the body form a coupled system: changing one of them changes the other one. The aim of this lecture is to show that in *both* decoupled problems (that is, assuming either a fixed shape or a fixed centre of gravity), in the plane, robustness is maximal only for regular polygons. We will see that a similar statement for regular polyhedra in 3-space is valid only under an additional constraint. We also investigate the full (coupled) problem for convex solids with only a few equilibrium points. Finally, we give a possible explanation why monostatic pebbles (with either one stable, or one unstable point of equilibrium) are found so rarely in Nature.

In the talk we present the results of a joint work with Gábor Domokos.