Többszörös fedések zárt sokszögekkel

Kovács István

Budapesti Műszaki Egyetem TTK, Budapest

Tegyük fel, hogy a S halmaz eltoltjaival k-szorosan lefedtük a síkot, vagyis az eltoltakból álló $\mathcal{H}$ halmazrendszer egy k-szoros fedés. Igaz, hogy ha k elég nagy, akkor a fedés felbontható két (vagy több) fedésre? Ez az egyszerű kérdés meglepően nehéz és mély problémákhoz vezet, amelyek nagy része máig megoldatlan. A kérdésnek, elméleti jelentősége és érdekessége mellett fontos gyakorlati alkalmazása is van, a szenzor-rendszerek ütemezésénél. Egy síkbeli S halmazt *fedés-felbonthatónak* hívunk, ha létezik olyan $k = k(S)$ szám, hogy a sík tetszőleges k-szoros fedése S eltoltjaival felbomlik két fedésre.

1980-ban Pach János vetette fel, hogy határozzuk meg a fedés-felbontható halmazokat. Sejtése szerint minden konvex halmaz fedés-felbontható, de ezt csak speciális esetekben sikerült igazolni, például konvex, nyílt sokszögekre. Az összes eddigi általános pozitív eredmény kizárólag nyílt halmazokra érvényes.

Tóth Gézával bebizonyítottuk, hogy a *zárt*, konvex, középpontosan szimmetrikus sokszögek is fedés-felbonthatóak. A fedés-felbonthatóság tulajdonságnak sok egyéb változata van, megvizsgáljuk a különböző változatok közti összefüggéseket, és bebizonyítjuk, hogy eredményünk minden változatban igaz. Azt is belátjuk, hogy a végtelenszeres fedések két, szintén végtelenszeres fedésre is felbonthatóak.

Multiple coverings with closed polygons

István Kovács

Technical University of Budapest, Hungary

Suppose that we have a k-fold covering of the plane with translates of a set S. Is it true that if k is large enough, then the covering can be decomposed into two (or more) coverings? This simple question leads to surprisingly hard problems, most of them still unsolved. Besides its theoretical interest, the problem has important practical applications to sensor networks. A planar set S is said to be *cover-decomposable* if there exists a constant $k = k(S)$ such that every k-fold covering of the plane with translates of S can be decomposed into two coverings.

J. Pach proposed the problem of determining all cover-decomposable sets, in 1980. According to his conjecture, all planar convex sets are cover-decomposable. The conjecture has been verified only in some special cases, in particular, it is known, that all open convex polygons are cover-decomposable. All general positive results so far hold only for open sets.

Together with G. Tóth we prove that *closed*, convex, centrally symmetric polygons are also cover-decomposable. Cover-decoposability has many different versions, we investigate the relationships between them and prove that our result holds for each version. We also show that infinite-fold coverings can be decomposed into to infinite-fold coverings.