

3- ÉS 4-HÁLÓZATOK PROJEKTÍV BEÁGYAZÁSAI

2014. március 27.

Bogya Norbert

Szeged, Magyarország

Kivonat

Egy véges n -rendű k -hálózat egy $k \geq 3$ páronként diszjunkt egyenesosztályból álló illeszkedési struktúra úgy, hogy minden osztály n elemű és minden olyan pont, ami két, különböző osztályokból származó egyenesre illeszkedik, pontosan egy egyenesre illeszkedik az összes osztályból. Amennyiben $k \geq 4$, akkor egy k -hálózat egyik egyenesosztályát törölve egy ugyanolyan rendű származtatott $(k - 1)$ -hálózatot kapunk. Egy korábbi cikkben Korchmáros, Nagy és Pace megmutatta, hogy egy nulla karakterisztikájú $\mathbb{K}$ testtel koordinátázott $PG(2, \mathbb{K})$ projektív síkba ágyazható k -hálózat csak akkor létezik, ha $k = 3, 4$. Ebben a cikkben azon $PG(2, \mathbb{K})$ -ba ágyazott 3-hálózatokat vizsgáljuk, melynek egyenesosztályai perspektívek az r tengelyre, azaz r minden olyan pontja, amelyre két különböző osztályból származó egyenesek illeszkednek, arra minden osztályból pontosan egy egyenes illeszkedik. Az összes ilyen 3-hálózat megadása nyitott kérdés marad, azonban megadjuk a csoportokkal koordinátázható teljes klasszifikációját. Következésképpen $n \neq 8$ esetén az egyetlen $PG(2, \mathbb{K})$ -ba ágyazható 3-rendű 4-hálózat olyan, amelyiknek a származtatott 3-hálózata egy G csoporttal koordinátázható. Ez az eredmény igaz marad pozitív karakterisztika esetén is, feltéve, hogy a k -hálózat rendje kisebb, mint a $\mathbb{K}$ test karakterisztikája, kivéve az $n \in \{12, 24, 60\}$ és a megfelelő $G \cong A_4, S_4, A_5$ eseteket.

PROJECTIVE EMBEDDINGS OF 3- AND 4-NETS

27 March 2014

Norbert Bogya

Szeged, Hungary

Abstract

A finite k -net of order n is an incidence structure consisting of $k \geq 3$ pairwise disjoint classes of lines, each of size n , such that every point incident with two lines from distinct classes is incident with exactly one line from each of the three classes. Deleting a line class from a k -net, with $k \geq 4$, gives a derived $(k - 1)$ -net of the same order. Finite k -nets embedded in a projective plane $PG(2, \mathbb{K})$ coordinatized by a field $\mathbb{K}$ of characteristic 0 only exist for $k = 3, 4$ as Korchmáros, Nagy and Pace in a former paper. In this paper, we investigate 3-nets embedded in $PG(2, \mathbb{K})$ whose line classes are in perspective position with an axis r , that is, every point on the line r incident with two lines from different classes is incident with exactly one line from each class. The problem of determining all such 3-nets remains open whereas we obtain a complete classification for those coordinatizable by a group. As a corollary, for $n \neq 8$, the (unique) 4-net of order 3 embedded in $PG(2, \mathbb{K})$ is the only 4-net embedded in $PG(2, \mathbb{K})$ which has a derived 3-net coordinatized by a group G . This result remains valid in positive characteristic under the hypothesis that the order n of the k -net considered is smaller than the characteristic of $\mathbb{K}$, apart from possible sporadic cases occurring for $n \in \{12, 24, 60\}$ and $G \cong A_4, S_4, A_5$ respectively.