

József Attila Tudományegyetem
Természettudományi Kar



STACHÓ LÁSZLÓ

A TÖBBVÁLTOZÓS ANALÍZIS ALAPJAI



JATEPress 1997

TARTALOM

TOPOLOGIA

Környezetrendszerek	1
Topologikus terek	2
Részhalmaz topológiája	3
Összefüggőség	4
Kompaktság	5
Hausdorff-tulajdonság	5
Szorzáttér	6
\mathbb{R}^N természetes (Archimédesi) topológiája	7
Borel tétele	9

METRIKUS TEREK

Topológia metrikus téren	11
Sorozatok	12
Szeparabilitás	13
Kompaktság és Bolzano–Weierstrass tulajdonság	14
Teljesség	15
Kontrakciós fixpont tétel	16
Átmérő, korlátosság	17
Egyenletes folytonosság	18
Egyenletes konvergencia	18
Teljesség és egyenletes konvergencia	19
Folytonosság és egyenletes konvergencia	20

TOPOLOGIKUS ÉS NORMÁLT VEKTORTEREK

Lineáris topológiák	21
Véges dimenziós vektortér topológiája	22
Norma, félnorma	23
Folytonos lineáris leképezés normája	24
Normák ekvivalenciája	25
Konvexitás, Hahn–Banach tétel	26

TÖBBVÁLTOZÓS DIFFERENCIÁLÁS

Differenciálhatóság	29
Irány szerinti derivált	31

Lagrange középérték skalár függvényre	32
Többdimenziós következmények	33
Kontrakciós lemma	34
Implicit függvény tétel	35
Magasabb rendű deriváltak	37
A $C^n(G, Z)$ függvényosztályok	38
Schwarz tétele	38
Taylor formula	39
Szélsőérték	41
Feltételes szélsőérték	42
Kvadratura probléma	44
Általánosítási lehetőségek végtelen dimenzióra	45

DIFFERENCIÁLHATÓ SOKASÁGOK

Koordináták	47
Parciális deriváltak	48
Atlaszok	49
Példa. A speciális relativitás geometriája	49
Sokaságok, vektorok	51
Leképezés deriváltjai	53

MÉRTÉK ÉS INTEGRÁL

σ -algebrák	55
Borel-halmazok	55
Mérhetőség	56
Mérték, σ -lépcsős függvények	57
Alsó, felső integrál	59
Integrál	60
Null-halmazok	60
Átrendezési lemma	62
Integrálhatósági kritériumok	63
Diszkrét Lebesgue tétel	64
Markov egyenlőtlenség	66
Fatou lemma	66
Beppo Levi tétel	66
Lebesgue tétel	67

MÉRTÉK KONSTRUKCIÓJA

Lefedési kiterjesztés	69
Külső mérték, mérhetőség	70
Mérték reguláris előmértékből	72
Lebesgue mérték	73
Stieltjes mértékek	75
Szorzatmérték	76
Egyszerű függvények	77
Fubini tétel	79

GEOMETRIAI MÉRTÉK

Hausdorff-mértékek	82
Carathéodory tétele	83
Leképezési tétel	85
Lebesgue mérték és vol_N \mathbb{R}^N -en	86
Felszín-formula	89
Többváltozós helyettesítés	92

ELŐJELES MÉRTÉKEK

Korlátos változású előjeles mértékek	95
Véges értékű előjeles mértékek	98

DIFFERENCIÁLFORMÁK \mathbb{R}^N -EN

Jacobi determináns és alternáló formák	102
C^l -kockák	105
Differenciálmértékek és -formák	107
Láncok	109
C^1 -kocka határa, Stokes tétel	110
Külső derivált	112
Lánc határa	114
Felületdarabok	116
Felületek és integrálformák	117
Felületdarabok ekvivalenciája	118
Felületek ekvivalenciája	120