Játékok, pontok és happy end

Hajnal Péter

Bolyai Intézet, TTIK, SZTE, Szeged

2016. december 21.

Mi is a kombinatorika?

Mi is a kombinatorika?

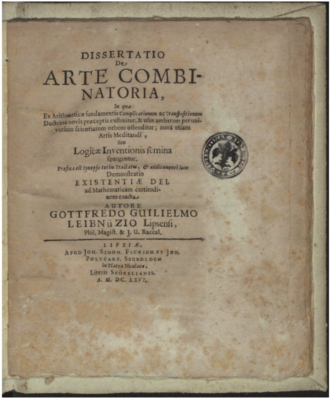
Nem egyszerű kérdés.

Mi is a kombinatorika?

Nem egyszerű kérdés.

Több próbálkozás született megválaszolására.

1666 Leibniz


DISSERTATIO
De
ARTE COMBI-
NATORIA,
In qua
Ex Arithmeticæ fundamentis Complicationum ac Transpositionum
Doctrina novis præceptis exstruitur, & usus ambarum per uni-
versum scientiarum orbem ostenditur; nova etiam
Artis Meditandi,
Seu
Logicæ Inventionis semina
sparguntur.
Præfixa est Synopsis totius Tractatus, & additamenti loco
Demonstratio
EXISTENTIÆ DEI,
ad Mathematicam certitudi-
nem exacta.
AUTORE
GOTTFREDO GUILIELMO
LEIBNüZIO Lipsensi,
Phil. Magist. & J. U. Baccal.

LIPSIÆ,
Apud Joh. Simon. Fickium et Joh.
Polycarp. Seuboldum
in Platea Nicolaea,
Literis Spörelianis.
A. M. DC. LXVI.

So there arise two kinds of variation: complexion and situs. [In modern terminology, "complexion" are combinations and "situs" are permutations.] And viewed in themselves, both complexion and situs belong to metaphysics, or to the science of wholeand parts. If we look at their variability, however, that is, at the quantity of variation, we must turn to numbers and to arithmetic. I am inclined to think that the science of complexions pertains more to pure arithmetic, and that of situs to an arithmetic of figure.

1977 Jean A. Dieudonné, A panorama of pure mathematics, as seen by N. Bourbaki,

The history of mathematics shows that a theory almost always originates in efforts to solve a specific problem (for example, the duplication of the cube in Greek mathematics). It may happen that these efforts are fruitless, and we have our first category of problems:
(I) Stillborn problems (examples: the determination of Fermat primes, or the irrationality of Euler's constant).

A second possibility is that the problem is solved but does not lead to progress on any other problem. This gives a second class:
(II) Problems without issue (this class includes many problems arising from "combinatorics").

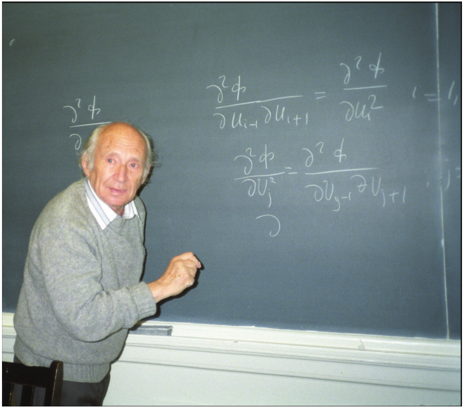
A more favorable situation is one in which an examination of the techniques used to solve the original problem enables one to apply them (perhaps by making them considerably more complicated) to other similar or more difficult problems, without necessarily feeling that one really understands why they work. We may call these
(III) Problems that beget a method (analytic number theory and the theory of finite groups provide many examples).

In a few rather rare cases the study of the problem ultimately (and perhaps only after a long time) reveals the existence of unsuspected underlying structures that not only illuminate the original question but also provide powerful general methods for elucidating a host of other problems in other areas; thus we have
(IV) Problems that belong to an active and fertile general theory (the theory of Lie groups and algebraic topology are typical examples at the present time).

„A" Bourbaki

1937 Chançay, Chevalley apjának háza

1980-as évek, Israel Gelfand



Once, Israil Gelfand said that mathematics has three parts: analysis, geometry, and combinatorics. “What is combinatorics?” the listeners asked. The answer was: “This is a science not yet created ...”

A játék: SET

A játék: SET

SET is a trademark of SET Enterprises, Inc.

A játék: SET

SET is a trademark of SET Enterprises, Inc.

- Minden kártyán egy figura szerepel, amelynek négy paramétere van: ALAK (hullám, ovális, rombusz/téglalap), DARABSZÁM (egy, kettő, három), SZÍN (piros, zöld, lila), TELÍTETTSÉG (üres, teli, félig).

A játék: SET

- Minden kártyán egy figura szerepel, amelynek négy paramétere van: ALAK (hullám, ovális, rombusz/téglalap), DARABSZÁM (egy, kettő, három), SZÍN (piros, zöld, lila), TELÍTETTSÉG (üres, teli, félig).
- 81 lehetőség, 81 kártya.

DEFINÍCIÓ

Három kártya SET-et alkot, ha mindegyik paraméterükre teljesül, hogy ugyanaz vagy különböző.

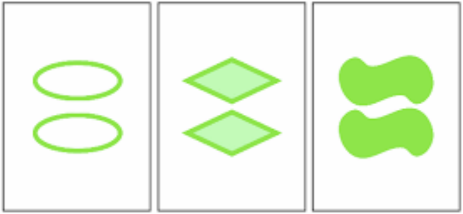
DEFINÍCIÓ

Három kártya SET-et alkot, ha mindegyik paraméterükre teljesül, hogy ugyanaz vagy különböző.

A szabályok

DEFINÍCIÓ

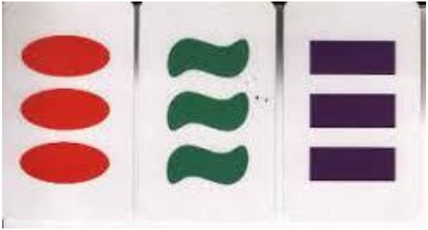
Három kártya SET-et alkot, ha mindegyik paraméterükre teljesül, hogy ugyanaz vagy különböző.



A szabályok

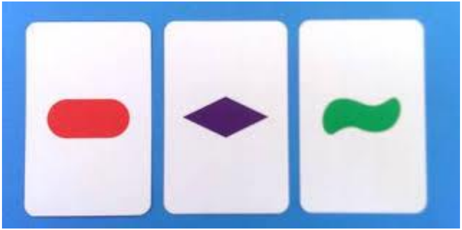
DEFINÍCIÓ

Három kártya SET-et alkot, ha mindegyik paraméterükre teljesül, hogy ugyanaz vagy különböző.



DEFINÍCIÓ

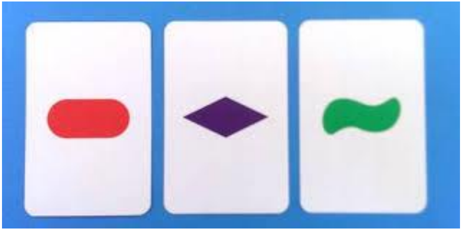
Három kártya SET-et alkot, ha mindegyik paraméterükre teljesül, hogy ugyanaz vagy különböző.



A szabályok

DEFINÍCIÓ

Három kártya SET-et alkot, ha mindegyik paraméterükre teljesül, hogy ugyanaz vagy különböző.



Rakjunk le 12 kártyát. Ha nem találunk SET-et, akkor rakjunk le még három kártyát. Ha most sem találunk SET-et, akkor rakjunk le még három kártyát ...

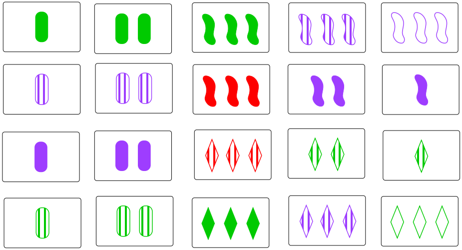
Hány kártya garantál SET-et?

Hány kártya garantál SET-et?

20 NEM.

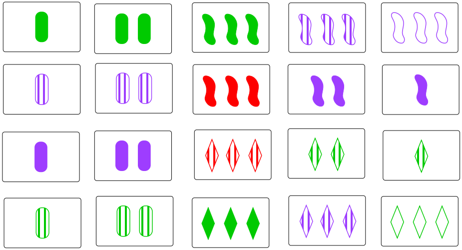
Hány kártya garantál SET-et?

20 NEM.



Hány kártya garantál SET-et?

20 NEM.



21 IGEN.

Általánosítsunk

Természetes általánosítás: d darab paraméter, 3^d darab kártya. Három kártya alkot egy SET-et ugyanazon szabály szerint mint eddig.

Általánosítsunk

Természetes általánosítás: d darab paraméter, 3^d darab kártya. Három kártya alkot egy SET-et ugyanazon szabály szerint mint eddig.

Természetes absztrakció: A paraméterek értékei $\{0, 1, 2\} = \mathbb{F}_3 = \mathbb{Z}_3$.

A kártyapakli $\equiv \{0, 1, 2\}^d$.

Geometrizálás szótára

SET-nyelv	Geometria nyelve

Geometrizálás szótára

SET-nyelv	Geometria nyelve
pakli	vektortér ponthalmaza

Geometrizálás szótára

SET-nyelv	Geometria nyelve
pakli	vektortér ponthalmaza
SET	egyenes

Geometrizálás szótára

SET-nyelv	Geometria nyelve
pakli	vektortér ponthalmaza
SET	egyenes
SET-mentes kártyahalmaz	ponthalmaz, amelyet minden egyenes legfeljebb két pontban metsz ≡ “CAP”

Algebrializálás szótára

SET-nyelv	Geometria nyelve

Algebrializálás szótára

SET-nyelv	Geometria nyelve
pakli	$\mathbb{Z}_3 \times \ldots \times \mathbb{Z}_3$ csoport elemei

Algebrializálás szótára

SET-nyelv	Geometria nyelve
pakli	$\mathbb{Z}_3 \times \ldots \times \mathbb{Z}_3$ csoport elemei
SET	csoportelemek x, y, z hármasa, amelyre $x + y + z = 0/x + y = 2z$.

SET-nyelv	Geometria nyelve
pakli	$\mathbb{Z}_3 \times \ldots \times \mathbb{Z}_3$ csoport elemei
SET	csoportelemek x, y, z hármasa, amelyre $x + y + z = 0/x + y = 2z$.
SET-mentes kártyahalmaz	3-AP-mentes részhalmaza a csoportnak

A probléma eredete

Van der Waerden tétele (1927)

Tetszőleges s méretű palettával kiszínezzük az $\{1, 2, \ldots, n\}$ halmaz elemeit, veszünk egy tetszőleges ℓ hosszt.

A probléma eredete

Van der Waerden tétele (1927)

Tetszőleges s méretű palettával kiszínezzük az $\{1, 2, \ldots, n\}$ halmaz elemeit, veszünk egy tetszőleges ℓ hosszt.
Ha n elég nagy ($n \geq n_0(s, \ell)$), akkor találunk ℓ hosszú számtani sorozatot, amely tagjai ugyanolyan színűek.

A probléma eredete

Van der Waerden tétele (1927)

Tetszőleges s méretű palettával kiszínezzük az $\{1, 2, \ldots, n\}$ halmaz elemeit, veszünk egy tetszőleges ℓ hosszt.
Ha n elég nagy ($n \geq n_0(s, \ell)$), akkor találunk ℓ hosszú számtani sorozatot, amely tagjai ugyanolyan színűek.

Erdős–Turán-sejtés

A következtetés a legnagyobb színosztályra is igaz.

A probléma eredete

Van der Waerden tétele (1927)

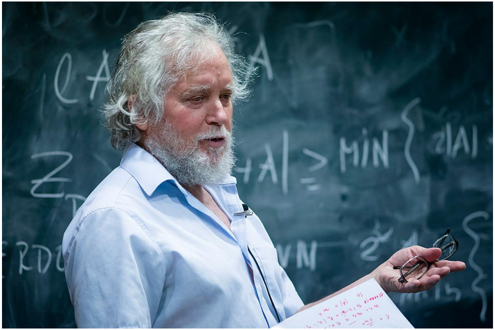
Tetszőleges s méretű palettával kiszínezzük az $\{1, 2, \ldots, n\}$ halmaz elemeit, veszünk egy tetszőleges ℓ hosszt.
Ha n elég nagy ($n \geq n_0(s, \ell)$), akkor találunk ℓ hosszú számtani sorozatot, amely tagjai ugyanolyan színűek.

Erdős–Turán-sejtés

A következtetés a legnagyobb színosztályra is igaz.

A számtani sorozat mögötti számtan: $\mathbb{Z}$. Lehetne $\mod 2n/\mathbb{Z}_{2n}$ is.

Szemerédi Endre, 2012 Abel-díj



“for his fundamental contributions to discrete mathematics and theoretical computer science, and in recognition of the profound and lasting impact of these contributions on additive number theory and ergodic theory.”

$\mathbb{Z}_3^d$ esete, kezdeti eredmények

T.C. Brown, J.C. Buhler, 1982, $o(3^d)$

$\mathbb{Z}_3^d$ esete, kezdeti eredmények

T.C. Brown, J.C. Buhler, 1982, $o(3^d)$

R. Meshulam 1995, Fourier módszer, $\mathcal{O}(\frac{1}{d}3^d)$

$\mathbb{Z}_3^d$ esete, kezdeti eredmények

T.C. Brown, J.C. Buhler, 1982, $o(3^d)$

R. Meshulam 1995, Fourier módszer, $\mathcal{O}(\frac{1}{d}3^d)$

sok figyelem, sok blog bejegyzés, semmi eredmény

2016. május 5., május 12., május 15.

E. Croot, V. Lev, Pach Péter: $\mathbb{Z}_4^d$ esetére egy módszer az arXiv-ra felrakva

2016. május 5., május 12., május 15.

E. Croot, V. Lev, Pach Péter: $\mathbb{Z}_4^d$ esetére egy módszer az arXiv-ra felrakva

Két független megoldás ($\mathcal{O}(2{,}756^d)$)

E. Croot, V. Lev, Pach Péter: $\mathbb{Z}_4^d$ esetére egy módszer az arXiv-ra felrakva

Két független megoldás ($\mathcal{O}(2{,}756^d)$)

2016. május 30.: J.S. Ellenberg, D. Gijswijt On large subsets of $\mathbb{F}_q^d$ with no three-term arithmetic progression, arXiv cikk (4 oldal).

A módszer nem nehéz, egy példa

2-távolságú ponthalmazok

$\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^d$ egy 2-távolságú ponthalmaz, ha $dist(P, Q)$ $(P \neq Q \in \mathcal{P})$ csak két értéket vehet fel.
Milyen nagy lehet $|\mathcal{P}|$, ha $\mathcal{P}$ 2-távolságú?

A módszer nem nehéz, egy példa

2-távolságú ponthalmazok

$\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^d$ egy 2-távolságú ponthalmaz, ha $dist(P, Q)$ $(P \neq Q \in \mathcal{P})$ csak két értéket vehet fel.
Milyen nagy lehet $|\mathcal{P}|$, ha $\mathcal{P}$ 2-távolságú?

Példa: Egy szimplex csúcshalmaza $\equiv$ $d + 1$ elemű (maximális) 1-távolságú ponthalmaz.

A módszer nem nehéz, egy példa

2-távolságú ponthalmazok

$\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^d$ egy 2-távolságú ponthalmaz, ha $dist(P, Q)$ $(P \neq Q \in \mathcal{P})$ csak két értéket vehet fel.
Milyen nagy lehet $|\mathcal{P}|$, ha $\mathcal{P}$ 2-távolságú?

Példa: Egy szimplex csúcshalmaza $\equiv$ $d + 1$ elemű (maximális) 1-távolságú ponthalmaz.

Példa: Egy szimplex élfelező pontjai $\equiv$ $\binom{d+1}{2} = \frac{1}{2}d(d+1)$ elemű 2-távolságú ponthalmaz.

A módszer nem nehéz, egy példa

2-távolságú ponthalmazok

$\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^d$ egy 2-távolságú ponthalmaz, ha $dist(P, Q)$ $(P \neq Q \in \mathcal{P})$ csak két értéket vehet fel.
Milyen nagy lehet $|\mathcal{P}|$, ha $\mathcal{P}$ 2-távolságú?

Példa: Egy szimplex csúcshalmaza $\equiv d + 1$ elemű (maximális) 1-távolságú ponthalmaz.

Példa: Egy szimplex élfelező pontjai $\equiv \binom{d+1}{2} = \frac{1}{2}d(d+1)$ elemű 2-távolságú ponthalmaz.

Példa: $d = 2$, egy szabályos ötszög csúcsai.

A polinom-módszer, D.G. Larman, C.A. Rogers, J.J. Seidel 1977

$\mathcal{P}$ egy $\{\delta_1, \delta_2\}$-távolságú ponthalmaz.

A polinom-módszer, D.G. Larman, C.A. Rogers, J.J. Seidel 1977

$\mathcal{P}$ egy $\{\delta_1, \delta_2\}$-távolságú ponthalmaz.

$$Q = (q_1, \ldots, q_d) \in \mathcal{P} \mapsto p_Q(x_1, x_2, \ldots, x_d) \in \mathbb{R}[x_1, x_2, \ldots, x_d]$$

$$\begin{aligned} p_Q = &\left[(x_1 - q_1)^2 + (x_2 - q_2)^2 + \ldots + (x_d - q_d)^2 - \delta_1^2\right] \cdot \\ &\cdot \left[(x_1 - q_1)^2 + (x_2 - q_2)^2 + \ldots + (x_d - q_d)^2 - \delta_1^2\right] \end{aligned}$$

A polinom-módszer, D.G. Larman, C.A. Rogers, J.J. Seidel 1977

$\mathcal{P}$ egy $\{\delta_1, \delta_2\}$-távolságú ponthalmaz.

$$Q = (q_1, \dots, q_d) \in \mathcal{P} \mapsto p_Q(x_1, x_2, \dots, x_d) \in \mathbb{R}[x_1, x_2, \dots, x_d]$$

$$\begin{aligned} p_Q = {} & [(x_1 - q_1)^2 + (x_2 - q_2)^2 + \ldots + (x_d - q_d)^2 - \delta_1^2] \cdot \\ & \cdot [(x_1 - q_1)^2 + (x_2 - q_2)^2 + \ldots + (x_d - q_d)^2 - \delta_1^2] \end{aligned}$$

- $\{p_Q : Q \in \mathcal{P}\}$ lineárisan független,
- $p_Q \in \langle (x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_d^2)^2, x_i(x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_d^2), x_i x_j, x_i, 1 \rangle$

A polinom-módszer, D.G. Larman, C.A. Rogers, J.J. Seidel 1977

$\mathcal{P}$ egy $\{\delta_1, \delta_2\}$-távolságú ponthalmaz.

$$Q = (q_1, \ldots, q_d) \in \mathcal{P} \mapsto p_Q(x_1, x_2, \ldots, x_d) \in \mathbb{R}[x_1, x_2, \ldots, x_d]$$

$$p_Q = [(x_1 - q_1)^2 + (x_2 - q_2)^2 + \ldots + (x_d - q_d)^2 - \delta_1^2] \cdot \\ \cdot [(x_1 - q_1)^2 + (x_2 - q_2)^2 + \ldots + (x_d - q_d)^2 - \delta_1^2]$$

- $\{p_Q : Q \in \mathcal{P}\}$ lineárisan független,
- $p_Q \in \langle (x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_d^2)^2, x_i(x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_d^2), x_i x_j, x_i, 1 \rangle$

Larman–Rogers–Seidel-tétel

Tetszőleges $\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^d$ 2-távolságú ponthalmazra

$$|\mathcal{P}| \leq 1 + d + \binom{d+1}{2} + d + 1 = \frac{1}{2}(d+1)(d+4).$$

News

Breakthrough Prize Marks 5th Anniversary Celebrating Top Achievements In Science And Awards More Than $25 Million In Prizes At Gala Ceremony In Silicon Valley

2017 Breakthrough Prize In Mathematics

The Breakthrough Prize in Mathematics honors the world's best mathematicians who have contributed to major advances in the field.

Jean Bourgain, IBM von Neumann Professor in the School of Mathematics at the Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey, for multiple transformative contributions to analysis, combinatorics, partial differential equations, high-dimensional geometry and number theory.

https://breakthroughprize.org/News/

Bourgain és egy tétele

Pontok

Pontok

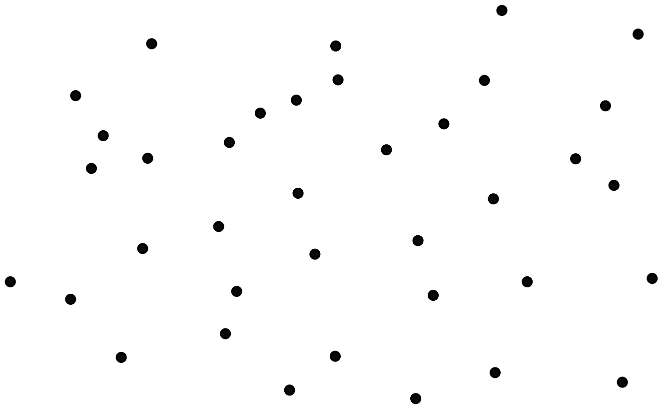
Pontokabb

Pontokabb

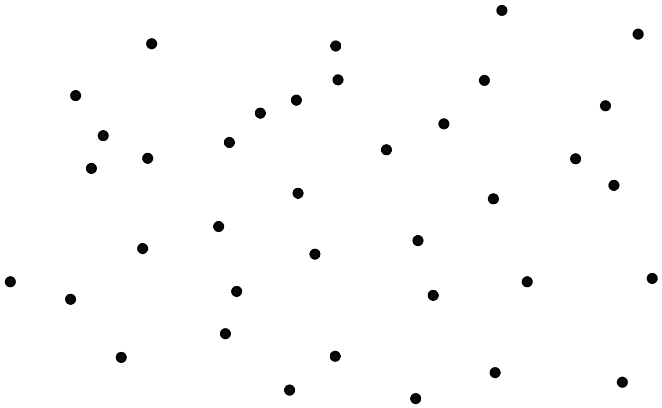

BEN NOBLEMAN COMMUNITY ORCHARD
Eglinton West Subway Station
Allen Rd
Eglinton Ave. West
Dolgo Crabapple
Cherry Trees
watering
Apricot Trees
Crab Apples
Shagbark Hickory Tree
pruning
Serviceberry Trees
Harvest Table
fruit sorting
mulching
Plum Trees
Pollinator Garden
A PROJECT OF:
Gingkos
Site of old Apple Tree Remnant of the orchards that grew here in the 1800s X
Pear Trees
harvesting
Playground
Paw Paw Trees
Orchard Shed
weeding
Everden Rd.
Strathearn Rd.
N
W
E
S

Legpontokabb

Legpontokabb



Legpontokabb



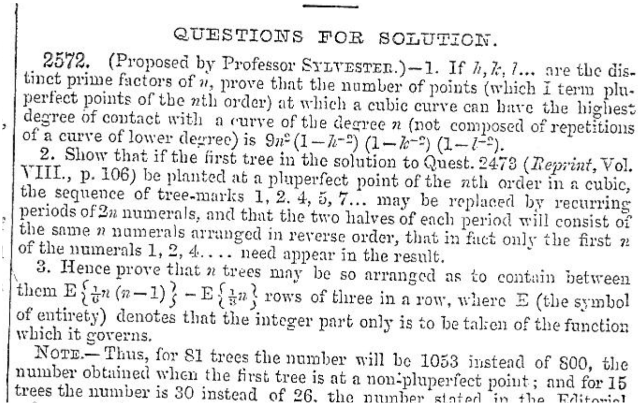
Véges ponthalmaz a síkon.

Első kérdés: J. Jackson

2. Fain would I plant a grove in rows,
But how must I its form compose
With three trees in each row;
To have as many rows as trees;
Now tell me, artists, if you please;
'Tis all I want to know.

J. Jackson (private teacher of the mathematics), Rational Amusement for Winter Evenings, Longman, Hurst, Rees, Orme and Brown, London 1821.

J.J. Sylvester (1814–1897)



QUESTIONS FOR SOLUTION.

2572. (Proposed by Professor SYLVESTER.)—1. If $h, k, l\ldots$ are the distinct prime factors of n, prove that the number of points (which I term pluperfect points of the nth order) at which a cubic curve can have the highest degree of contact with a curve of the degree n (not composed of repetitions of a curve of lower degree) is $9n^2(1-h^{-2})(1-k^{-2})(1-l^{-2})$.

2. Show that if the first tree in the solution to Quest. 2473 (*Reprint*, Vol. VIII., p. 106) be planted at a pluperfect point of the nth order in a cubic, the sequence of tree-marks 1, 2. 4, 5, 7... may be replaced by recurring periods of $2n$ numerals, and that the two halves of each period will consist of the same n numerals arranged in reverse order, that in fact only the first n of the numerals 1, 2, 4.... need appear in the result.

3. Hence prove that n trees may be so arranged as to contain between them $\mathrm{E}\left\{\frac{1}{6}n(n-1)\right\} - \mathrm{E}\left\{\frac{1}{3}n\right\}$ rows of three in a row, where E (the symbol of entirety) denotes that the integer part only is to be taken of the function which it governs.

NOTE.—Thus, for 81 trees the number will be 1053 instead of 800, the number obtained when the first tree is at a non-pluperfect point; and for 15 trees the number is 30 instead of 26, the number stated in the Editorial

J. Sylvester, Mathematical Questions, Educational Times, February 1868.

Második kérdés: Erdős Pál (1913–1996)

PROBLEMS FOR SOLUTION

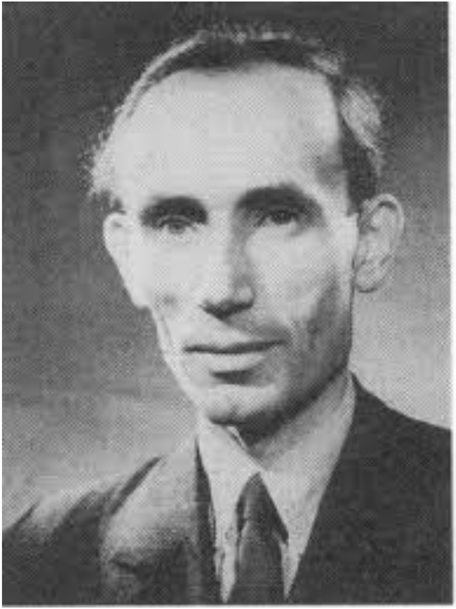
4065. *Proposed by P. Erdös, Princeton, N. J.*

(1) Let n given points have the property that the straight line joining any two of them passes through a third point of the set. Show that the n points lie on a straight line.

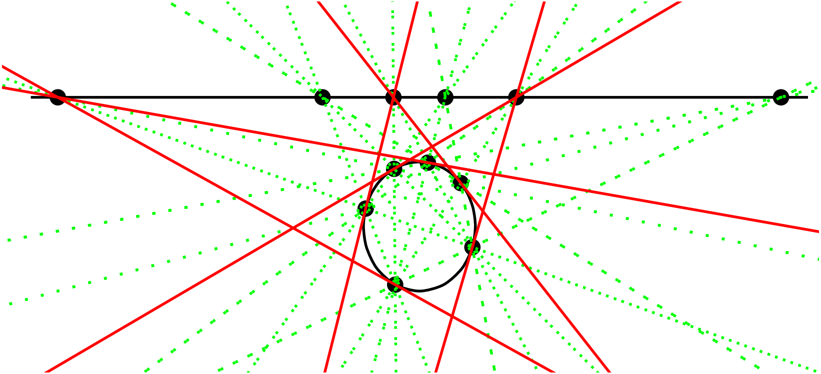
(2) Given n points which do not all lie on the same straight line, prove that if we join every two of them we obtain at least n distinct straight lines.

P. Erdős, Problem 4065, American Math. Monthly, 50 (1943), 65.
Solution to problem number 4065, American Math. Monthly, 51 (1944), 169–171.

Az első dokumentált megoldó: Gallai Tibor

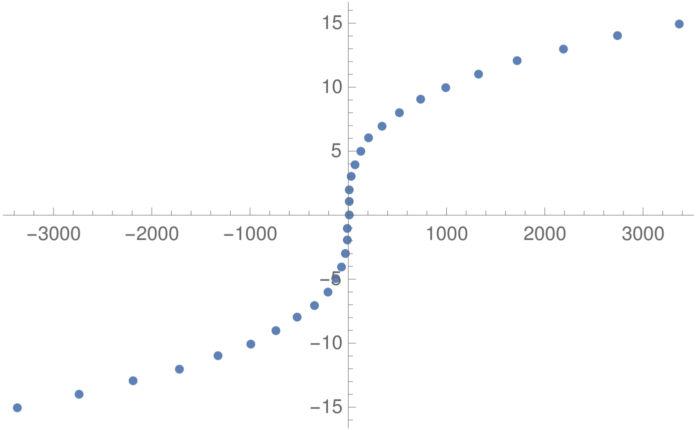


Ponthalmaz KEVÉS Gallai-egyenessel

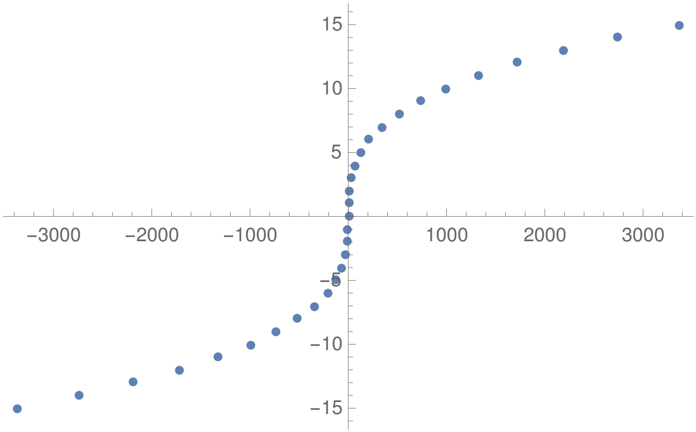


Böröczky Károly példája.

Ponthalmaz SOK Sylvester-egyenessel



Ponthalmaz SOK Sylvester-egyenessel



Csalás: VÉGTELEN sok pont az $y^3 = x$ grafikonon.

Nem csalás

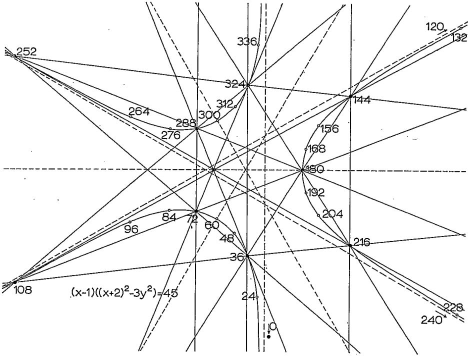


Fig. 8. An (11, 16)-arrangement.

S. Burr, B. Grünbaum, N.J. Sloan, The orchard problem, Geometriae Dedicata 2 (1974), 397–424.

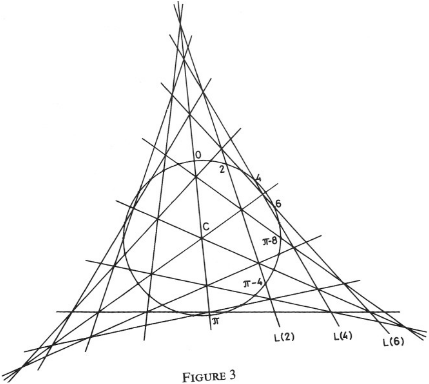


FIGURE 3

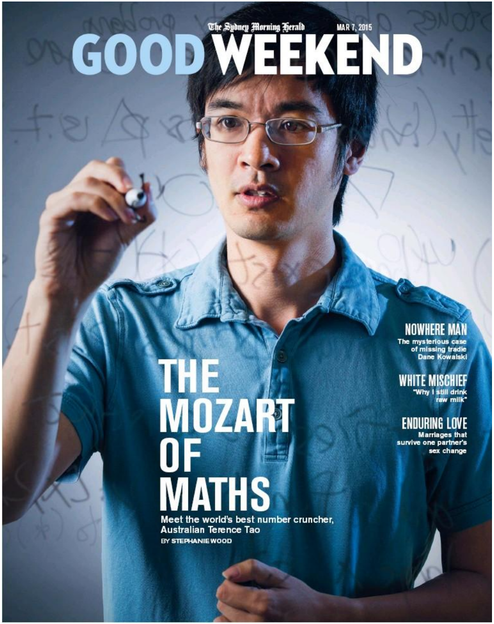
Z. Füredi, I. Palásti, Arrangements of lines with a large number of triangles, Proceedings of the American Mathematical Society, 92(4), December 1984.

Green–Tao-tétel (az egyik kevésbé ismert)

Green–Tao-tétel 2013

(i) $\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^2$ és $|\mathcal{P}|$ „nagy”, akkor legfeljebb annyi Sylvester-egyenes van mint Burr-Grünbaum-Sloan példájában.

(ii) $\mathcal{P} \subset \mathbb{R}^2$ és $|\mathcal{P}|$ „nagy”, akkor legalább annyi Gallai-egyenes van mint Böröczky példájában.



Terence Tao

Fields-érem 2006

CITATION:

"For his contributions to partial differential equations, combinatorics, harmonic analysis and additive number theory"

Happy End

Happy End

TUDOMÁNY

Majdnem megoldották a Happy End-problémát

FARKAS PÉTER 2016.05.10. 14:03 3 KOMMENT

Habár nem (csak) a szerelemről, hanem a matematikáról szól, a mögötte álló sztoriban vannak hollywoodi elemek.

Ki gondolná, hogy egy ártalmatlannak tűnő geometriapélda szerelemhez és élethosszig tartó házassághoz vezethet? A „Happy End"-ről valószínűleg kevesen asszociálnak a matematikára, pedig ezúttal arról lesz szó: egy általános iskolai ismeretekkel is könnyen megérthető problémáról, amely hiába hangzik

Hol lehet matematikát művelni?

Hol lehet matematikát művelni?

Mindenütt: Egy francia kastély kertje,

Hol lehet matematikát művelni?

Mindenütt: Egy francia kastély kertje, városliget, Anonymus szobor, budai hegyek, Tisza part, egy magyar kiskert ...

Klein Eszter észrevétele

Klein Eszter

Tetszőleges öt általános helyzetű pont között található négy, amelyek konvex helyzetűek.

Elhangozott egy séta során. Erdős Pál és Szekeres György felfigyelt a problémára ...

Definíció

Legyen $ESz(k)$ az a minimális n, hogy tetszőleges n általános helyzetű pont között biztos legyen k konvex helyzetű.

Például: $ESz(3) = 3$, $ESz(4) = 5$, $ESz(5) = 7$.

Erdős–Szekeres-tétel 1935

$$2^k \lesssim ESz(k) \leq 4^k.$$

Erdős–Szekeres-sejtés

$$ESz(k) = 2^{k-2} + 1.$$

Egy mellék(?) eredmény

Kelin Eszter, Szekeres György: Szerelem,

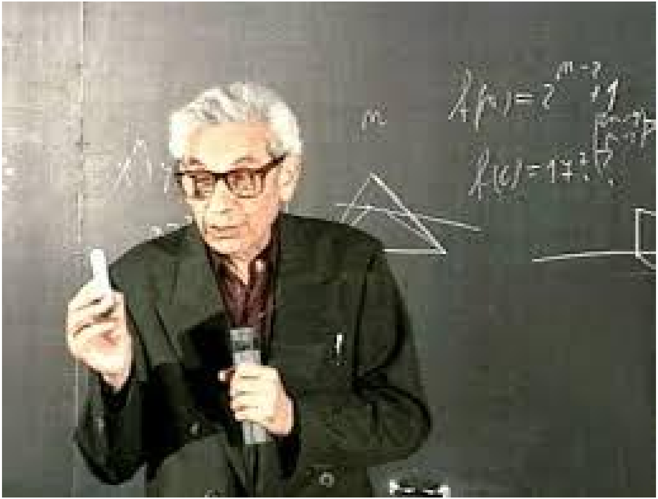
Egy mellék(?) eredmény

Kelin Eszter, Szekeres György: Szerelem, házasság,

Egy mellék(?) eredmény

Kelin Eszter, Szekeres György: Szerelem, házasság, és boldogan éltek míg meg nem haltak.

Erdős Pál a happy endről beszél



IGEN, $f(6) = 17$

IGEN, $f(6) = 17$

COMPUTER SOLUTION TO THE 17-POINT ERDŐS-SZEKERES PROBLEM

GEORGE SZEKERES[1] and LINDSAY PETERS[2]

In memory of Paul Erdős

(Received 25 April, 2006; revised 15 October, 2006)

Abstract

We describe a computer proof of the 17-point version of a conjecture originally made by Klein-Szekeres in 1932 (now commonly known as the "Happy End Problem") that a planar configuration of 17 points, no 3 points collinear, always contains a convex 6-subset. The proof makes use of a combinatorial model of planar configurations, expressed in terms of signature functions satisfying certain simple necessary conditions. The proof is more general than the original conjecture as the signature functions examined represent a larger set of configurations than those which are realisable. Three independent implementations of the computer proof have been developed, establishing that the result is readily reproducible.

IGEN, $f(6) = 17$

COMPUTER SOLUTION TO THE 17-POINT ERDŐS-SZEKERES PROBLEM

GEORGE SZEKERES[1] and LINDSAY PETERS[2]

In memory of Paul Erdős

(Received 25 April, 2006; revised 15 October, 2006)

Abstract

We describe a computer proof of the 17-point version of a conjecture originally made by Klein-Szekeres in 1932 (now commonly known as the "Happy End Problem") that a planar configuration of 17 points, no 3 points collinear, always contains a convex 6-subset. The proof makes use of a combinatorial model of planar configurations, expressed in terms of signature functions satisfying certain simple necessary conditions. The proof is more general than the original conjecture as the signature functions examined represent a larger set of configurations than those which are realisable. Three independent implementations of the computer proof have been developed, establishing that the result is readily reproducible.

Szekeres György a cikk benyújtása környékén lett volna 95 éves.

Egy biztosan kombinatorikai eredmény

Skatulya-elv:

Egy biztosan kombinatorikai eredmény

Skatulya-elv:

Egy biztosan kombinatorikai eredmény

Skatulya-elv:

Dirichlet-elv.

Skatulya-elv

Ha t tárgyat s skatulyába rakunk, akkor

- lesz olyan skatulya, amelybe legalább t/s tárgy esik,
- lesz olyan skatulya, amelybe legfeljebb t/s tárgy esik.

Skatulya-elv

Ha t tárgyat s skatulyába rakunk, akkor

- lesz olyan skatulya, amelybe legalább t/s tárgy esik,
- lesz olyan skatulya, amelybe legfeljebb t/s tárgy esik.

Kiterjesztések: Ramsey-tétel (1930) és általánosításai.

Egy trükkös skatulya-elv

Pór Attila, P. Valtr 2002

n általános helyzetű pont (n „nagy") legalább

$$\frac{1}{\binom{4^k}{k}}\binom{n}{k}$$

darab konvex helyzetű k-ast határoz meg.

Egy trükkös skatulya-elv

Pór Attila, P. Valtr 2002

n általános helyzetű pont (n „nagy”) legalább

$$\frac{1}{\binom{4^k}{k}}\binom{n}{k}$$

darab konvex helyzetű k-ast határoz meg.

Mi egy véletlen pont k-asnál a konvex helyzet valószínűsége?

Egy trükkös skatulya-elv

Pór Attila, P. Valtr 2002

n általános helyzetű pont (n „nagy”) legalább

$$\frac{1}{\binom{4^k}{k}}\binom{n}{k}$$

darab konvex helyzetű k-ast határoz meg.

Mi egy véletlen pont k-asnál a konvex helyzet valószínűsége?

Egy véletlen pont k-as: Egy véletlen 4^k elemű ponthalmaz, majd ennek egy véletlen k-asa.

A. Suk tétele, 2016

$$2^{k-2}+1 \leq ESz(k) \leq 2^{k+o(k)}.$$

Andrew Suk, On the Erdos-Szekeres convex polygon problem (arXiv, submitted on 29 April 2016)

Jackson további problémái I.

TREES PLANTED IN ROWS.

IX

1. Your aid I want, nine trees to plant
In rows just half a score;
And let there be in each row three.
Solve this: I ask no more.

Jackson további problémái II.

6. Fam'd arborists, display your power,
   And show how I may plant a bower
   With verdant fir and yew:
   Twelve trees of each I would dispose,
   In only eight-and-twenty rows;
   Four trees in each to view.

---

7. Plant 27 trees in 15 rows, 5 in a row.

---

8. Ingenious artists, if you please,
   Now plant me five-and-twenty trees,
   In twenty-eight rows, nor less, nor more;
   In some rows five, some three, some four.

Vége van!

Vége van!

Köszönöm a figyelmet!