2015.01.13. Matematika I. NÉV:.................................

A csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Definíció szerint és formálisan is igazoljuk, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3 - n + 1}{3 - n + 2n^2} = \infty$. *10pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{3} - 1}{1 - \sqrt[n]{9}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{x\to 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = \dfrac{x}{e^x(1-x)}$ függvényt. *15pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_2^3 \frac{u^3 + u + 1}{u^2 - 1}\, du, \qquad \text{(ii)} \int_0^\infty v e^{1-v^2}\, dv\ .$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) Az $\{a_n\}$ sorozat határértéke 3. *5pt*

(ii) Az $f(x)$ szigorúan monoton csökken a $[0, 2]$–on. *5pt*

(iii) Az $f(x)$ függvénynek inflexiós pontja van az $x = -2$ helyen. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = \infty$. *5pt*

(v) Az integrálható $f(x)$ függvény integrálközepe a $[c, d]$–on. *5pt*

2015.01.13. Matematika I. NÉV:.................................

B csoport EHA:.................................

`FELADATOK:`

1. Monotonitás és korlátosság szempontjából vizsgáljuk az $a_n = \dfrac{2n-3}{3n-11}$ sorozatot. *5pt*

2. Határozzuk meg a következő határértékeket: *10pt*

$$\text{(i)} \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n^2+3}+n}{n-\sqrt[3]{n^4+3}}, \qquad \text{(ii)} \lim_{n\to\infty} \left(\frac{3n+1}{2n+5}\right)^{n+3}.$$

3. A tanult módon ábrázoljuk az $f(x) = 2x + \sqrt[3]{x^2}$ függvényt. *20pt*

(i) Értelmezési tartomány, tengelymetszetek, paritás. (ii) Határérték. (iii) Első derivált, monotonitás, szélsőérték. (iv) Második derivált, konvexitás, inflexió. (v) Függvényábrázolás, értékkészlet.

4. Határozzuk meg a következő integrálokat: *30pt*

$$\text{(i)} \int_0^{\pi} p\sin p \; dp, \qquad \text{(ii)} \int_{-1}^{0} t^2(t^3+1)^7 \; dt, \qquad \text{(iii)} \int_0^1 \frac{y+1}{\sqrt{y}} \; dy.$$

Definiáljuk a következő fogalmakat:

(i) $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$. *5pt*

(ii) A -3 alsó korlátja $f(x)$–nek. *5pt*

(iii) Az E halmaz megszámlálhatóan végtelen. *5pt*

(iv) A környezetes definíció alapján $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$. *5pt*

(v) Darboux-féle alsó integrál. *5pt*